

Cálculo en una Variable

Bioingeniería

Licenciatura en Bioinformática

Ingeniería en Transporte

Profesora Titular: Lic. Liliana Taborda



2020

Equipo de Cátedra

- Profesora Titular: Prof. Liliana Taborda

- Profesores Adjuntos: Prof. Leandro Escher

Prof. Felipe Restrepo.

- Jefe de Trabajos Prácticos: Prof. Fabricio Rettore

Prof. Belén Ferster

Prof. Mauricio Rivera

- Auxiliar Alumno: Alberto Quipildor – Luciano Peretti

- Tutora disciplinar : -----

Cronograma

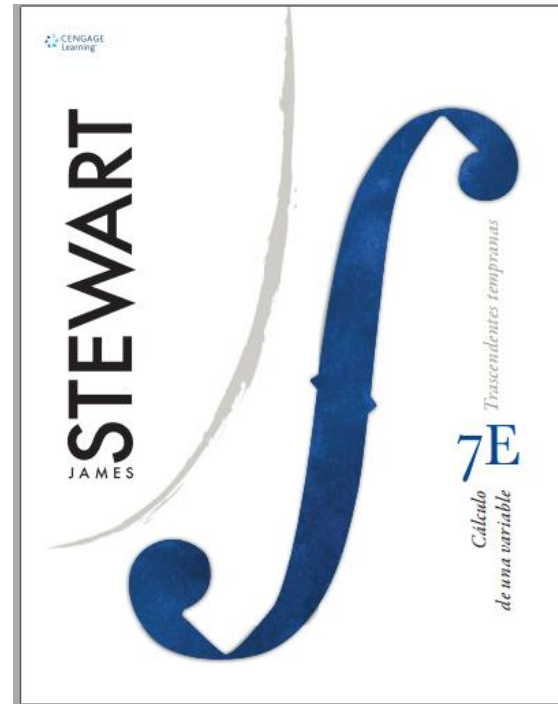
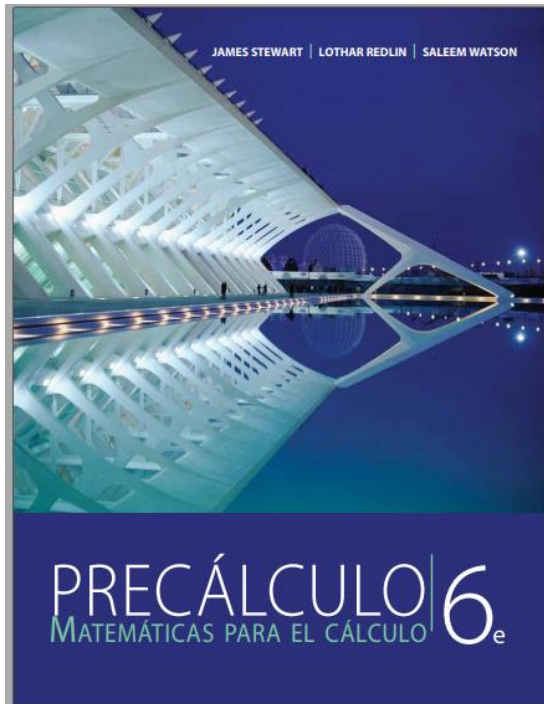
Semana	Fecha	Unidad Temática
1	9/03	Funciones: Funciones reales de una variable real. 2.1 ¿Qué es una función?. 2.2 Gráficas de funciones. 2.3 Información a partir de la gráfica de una función 2.5 Transformaciones de función. 3.2 Funciones Polinomiales.
2	16/03	Funciones: Funciones reales de una variable real. 2.6 Combinación de funciones. 2.7 Funciones uno a uno y su inversa. 3.7 Funciones racionales 4.1 y 4.2 Función exponencial. 4.3 Función logarítmicas. 5.3 Funciones trigonométricas
3	23/03	Límite Límite de una función. Límites laterales. Límites infinitos, asíntotas verticales. Cálculo de límites.
4	30/03	Límite - Continuidad Continuidad de funciones. Límites al infinito, asíntotas horizontales. Límites infinitos en el infinito
5	06/04	Derivada 2.7 Derivada y razones de cambio. Aplicaciones. 2.8 La derivada como una función. Relación entre la función y su derivada.
Primer Parcial (Lunes 13/04 a las 8:00 hs)		
6	13/04	Derivada Reglas de derivación. Derivadas de orden superior 3.4 Regla de la cadena. Razón de cambio.
7	20/04	Derivada 3.5 Derivación implícita. 3.6 Derivadas de funciones logarítmicas

Cronograma

8	27/04	Derivada 3.7 y 3.8 Aplicaciones de la derivada 3.9 Razones relacionadas 4.1 Valores máximos y valores mínimos. 4.2 Teorema del Valor medio. 4.3 La derivada y la gráfica de una función
9	4/05	Derivada 4.4 Formas indeterminadas y la regla de L'Hospital 4.5 Trazado de curvas. 4.7 Problemas de optimización
10	11/05	Integrales 4.9 Antiderivadas 5.1 El problema del área 5.2 La integral definida
Segundo Parcial (Lunes 18/05 a las 8 hs)		
11	18/05	Integrales 5.3 Teorema fundamental del cálculo. 5.4 Integrales indefinidas- Teorema del cambio neto. 5.5 Regla de sustitución.
12	25/05	Integrales. 7.1 Integración por partes. 7.2 Integrales trigonométricas. 7.4 Integración de funciones racionales mediante fracciones parciales. 7.6 Integración utilizando tablas
13	01/06	Integrales 6.1 Área entre curvas. 6.5 Valor medio de una función
14	8/06	Tercer Parcial (Sábado 13/06 a las 8:30 hs)
Recuperatorio del Primer Parcial : Miércoles 17 de junio a las 8:30 hs. Recuperatorio del Segundo Parcial Lunes 22 de junio a las 8:30 hs. Recuperatorio del Tercer Parcial Viernes 26 de junio a las 8:30 hs.		

Bibliografía

- ✓ STEWART, James, (2012): “*Cálculo de una variable- Trascendentes y tempranas*”- 7ma edición - Cengage – Learning – México.
- ✓ STEWART, James, (2012): “Precálculo - Matemáticas para el cálculo” – Sexta edición



Cálculo en una Variable

Condiciones de regularidad y promoción

Metodología de evaluación

En esta asignatura se hará la evaluación del rendimiento de los alumnos mediante **tres (3) parciales Teóricos- Prácticos** y seis (6) cuestionarios **Teóricos- Prácticos** con los siguientes contenidos :

Parciales:

Parcial 1: Funciones .Límite y Continuidad.

Parcial 2: Derivada. Aplicaciones de la derivada.

Parcial 3: Integrales. Aplicaciones de la integral

Cuestionarios:

Cuestionario 1: Funciones.

Cuestionario 2: Límite y Continuidad.

Cuestionario 3: Derivada.

Cuestionario 4: Aplicaciones de la derivada.

Cuestionario 5: Integrales.

Cuestionario 6: Aplicaciones de la integral

Condiciones de regularidad y promoción

El resultado de cada parcial y de los cuestionarios correspondientes conformaran la *Nota de evaluación* de la siguiente manera:

$$\text{Nota de Evaluación} = \text{Nota del Parcial} + \text{Nota Cuestionario}$$

- *Exámenes parciales:*

Son escritos Teóricos – Prácticos. Cada parcial tiene una calificación total 100 puntos y serán realizados en las fechas detalladas en el cronograma. La nota del parcial componen la Nota de Evaluación

- *Cuestionarios :*

Los cuestionarios serán realizados previos a los parciales , se aprobaran con una nota mínima de **60 puntos** y la aprobación de cada uno tendrá una Nota Cuestionario **2,5 puntos en cada uno**.

Condiciones de regularidad y promoción

- ☐ *Condición de regularidad*
- ☐ *Condición de promoción*
- ☐ *Condición de libre*

Condiciones de regularidad y promoción

Condiciones de regularidad:

Para la ser alumno regular se deberán reunir las siguientes condiciones:

- Asistencia:
Un mínimo de **70 % de asistencia** a las clases de práctica.
- **Exámenes parciales – Cuestionario**

Se deberá obtener un promedio entre las tres (3) **Notas de Evaluación**, **mayor o igual a 50 puntos y no menor a 40 puntos** en cada una de ellas. Se podrá recuperar de las tres (3) evaluaciones escritas Teóricas-Prácticas, para regularizar en la semana indicada en el cronograma.

Condiciones de promoción:

El alumno que cumpla con las condiciones de regularidad y además obtenga un promedio entre las tres (3) **Notas de Evaluación** mayor o igual a **80 puntos y no menor a 70 puntos** en cada uno de ellos alcanzará la condición de PROMOCIÓN. Se podrá recuperar las tres (3) evaluaciones escritas Teóricas-Prácticas, para PROMOCIÓN en la semana indicada en el cronograma.

Cálculo en una Variable

Condiciones de regularidad y promoción

- El alumno que no haya alcanzado a completar las condiciones de regularidad queda en la condición de **LIBRE**.
- Para los **alumnos PROMOCIONADOS**, la aprobación de la materia es directa.
- Para los **alumnos REGULARES**, la aprobación de la asignatura se lograra mediante un **examen final Teórico-Práctico**, sobre la totalidad de los contenidos de la asignatura. Se calificará de 0 a 100 puntos y se aprueba con **60 puntos**.
- Para los **alumnos LIBRES**, la aprobación de la asignatura se lograra mediante un **examen final Teórico-Práctico**, sobre la totalidad de los contenidos de la asignatura. Se calificará de 0 a 120 puntos y se aprueba con **70 puntos**.



Facultad de Ingeniería

Cálculo en una Variable

Bioingeniería

Licenciatura en Bioinformática

Ingeniería en Transporte

Tema: Funciones

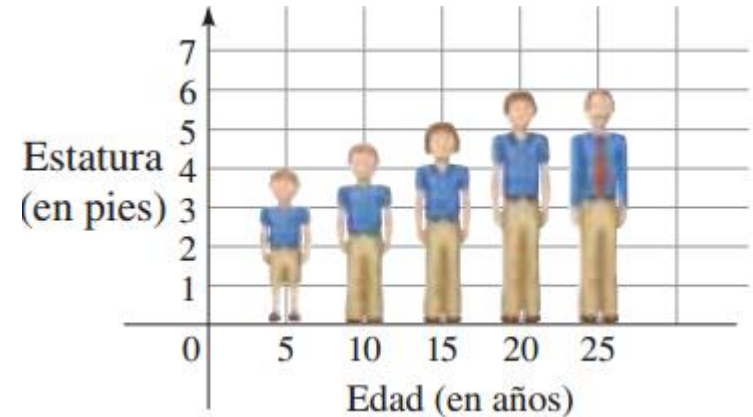
Funciones

Objetivos:

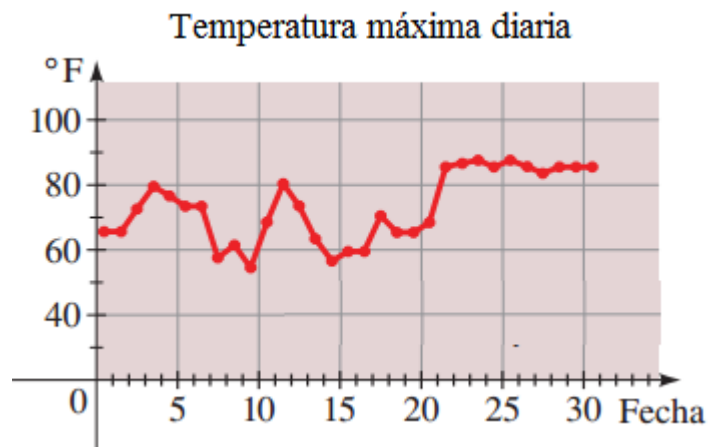
- Reconocer una relación entre variables como función.
- Reconocer una función a partir de su representación.
- Determinar dominio y conjunto imagen de una función.
- Identificar cada tipo de función a partir de su expresión algebraica.
- Observar características propias de cada tipo de función.
- Realizar un bosquejo de la gráfica de una función.
- Identificar cada tipo de función a partir de su representación gráfica.
- Obtener información de la gráfica de una función.
- Utilizar estas funciones como modelos matemáticos al representar fenómenos del mundo real.

Funciones a nuestro alrededor

- La estatura es una función de la edad.



La temperatura es una función de la fecha.

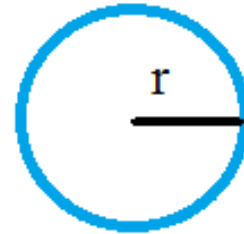


- El costo en función del peso.

w (onzas)	Porte (dólares)
$0 < w \leq 1$	1.22
$1 < w \leq 2$	1.39
$2 < w \leq 3$	1.56
$3 < w \leq 4$	1.73
$4 < w \leq 5$	1.90
$5 < w \leq 6$	2.07

Funciones a nuestro alrededor

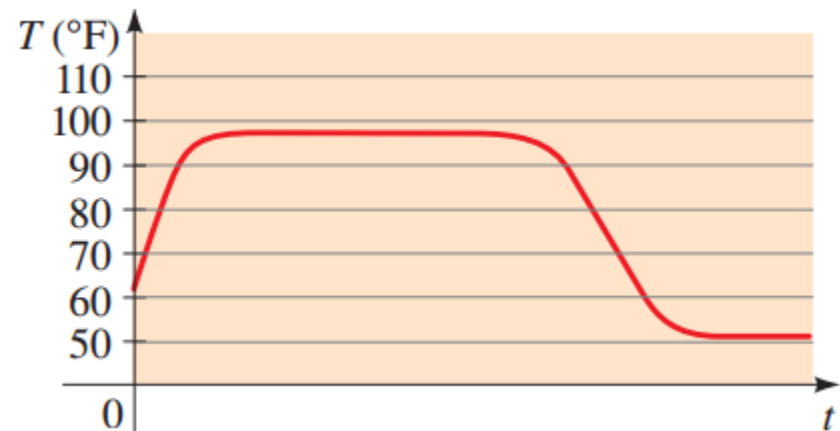
- El Área de un círculo en función del radio.



- Número de bacterias en un cultivo en función del tiempo.



- Temperatura del agua de una canilla en función del tiempo.



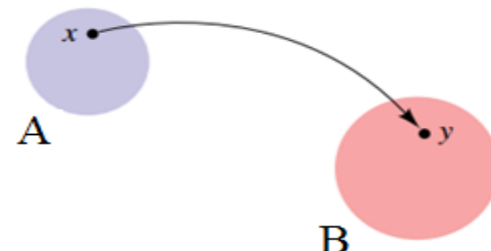
Función

Definición

Una **función** f de un conjunto A en un conjunto B es una regla que asigna **a cada elemento** x de A **exactamente un** elemento del conjunto B , llamado $f(x)$. (Se lee “ f de x ”)

$$f: A \rightarrow B$$

- Al conjunto A se lo denomina **dominio** de la función.
- $f(x)$ es el valor de f en x
- El **rango** o el **conjunto imagen** de f es el conjunto de todos los valores posibles de $y = f(x)$ cuando x toma todos los valores del dominio.



$$\text{Imagen de } f = \{f(x) \mid x \in A\}$$

$$y = f(x)$$

Variable dependiente

Variable independiente

Cálculo en una Variable

Una variable en función de otra

¿Porqué estudiamos funciones?

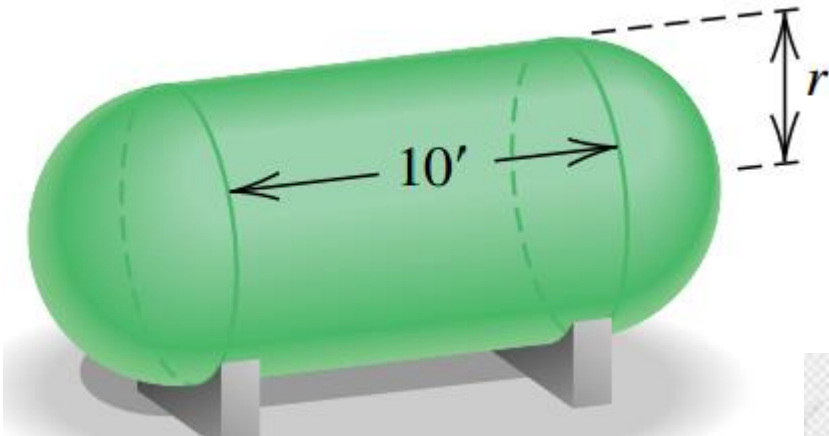
- ❑ Muchos de los procesos que se estudian en ciencias físicas y sociales se relacionan con entender la forma en que una cantidad varía con respecto de otra.
- ❑ Una función que describa la dependencia de una cantidad, respecto de otra, se conoce como modelado.

Área: Encuentre una función que modele el área de un triángulo equilátero en término de la longitud x de sus lados.

Una variable en función de otra

Expresar el volumen de un tanque como función de su radio

Un tanque de acero para gas propano se va a construir en forma de cilindro circular recto de 10 pies de altura, con una semiesfera unida a cada extremo. El radio r está por determinarse. Expresa el volumen V (en pies) del tanque como función de r (en pies).



$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 + \pi r^2 h$$

$$V(r) = \frac{4}{3}\pi r^3 + 10\pi r^2$$



Formas útiles para expresar funciones

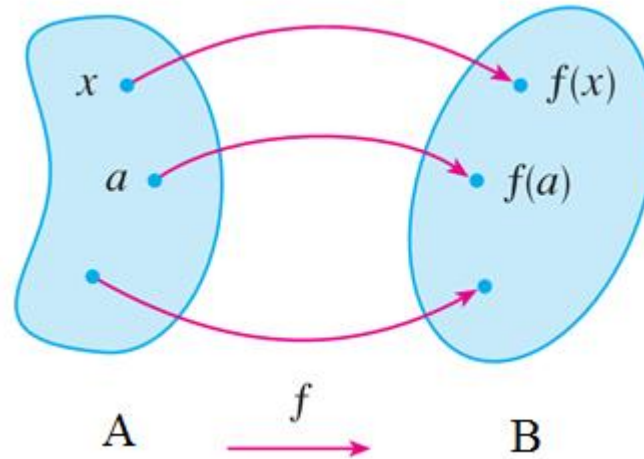


Diagrama de flechas para f

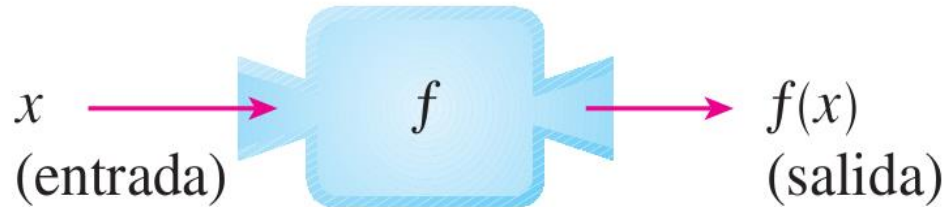


Diagrama de máquina de f

Cuatro formas de representar una función

- ***verbalmente*** (por descripción en palabras)
- ***algebraicamente*** (por una fórmula explícita)
- ***visualmente*** (por una gráfica)
- ***numéricamente*** (por una tabla de valores)

Cuatro formas de representar funciones

Verbal

Con palabras

$P(t)$ es "la población de bacterias en un medio nutritivo en el instante t "

Relación entre la población P y el tiempo t .

Numérica

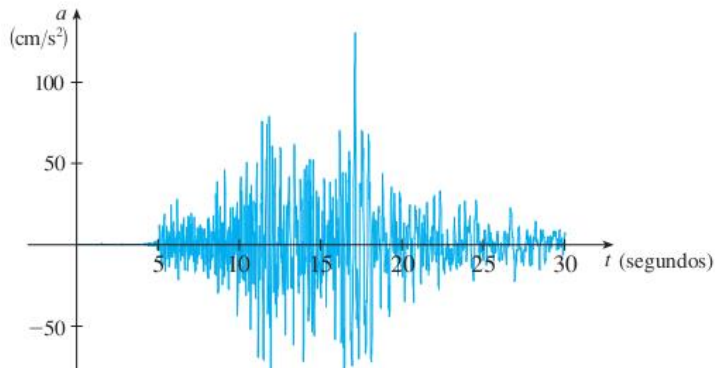
Por medio de una tabla de valores

Año	Nivel de CO_2 (en ppm)
1996	362.4
1998	366.5
2000	369.4
2002	373.2
2004	377.5
2006	381.9
2008	385.6

Promedio de dióxido de carbono en la atmósfera

Visual

Por medio de una gráfica



Aceleración vertical durante un terremoto

Algebraica

Por medio de una fórmula.

$$A = \pi r^2$$

Área de un círculo

Cálculo en una Variable

Gráfica de una función

¿Qué es el gráfico de una función?

¿Cómo realizamos el gráfico de una función?

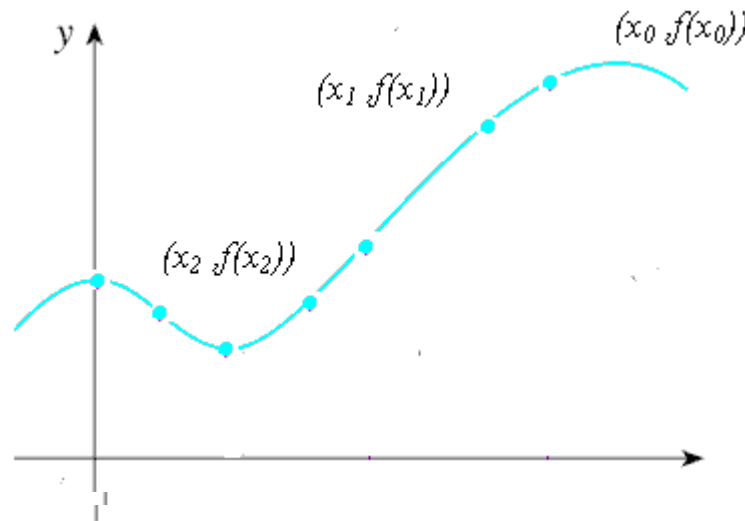
Gráfica de una función

Sea $y = f(x)$ $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

Definición :

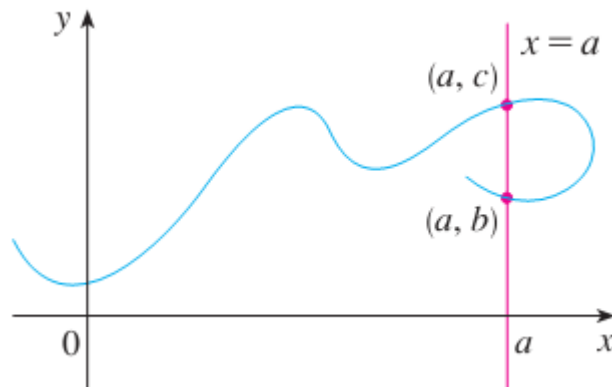
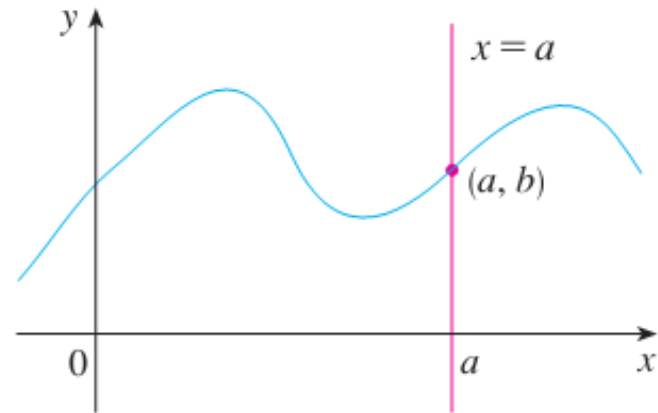
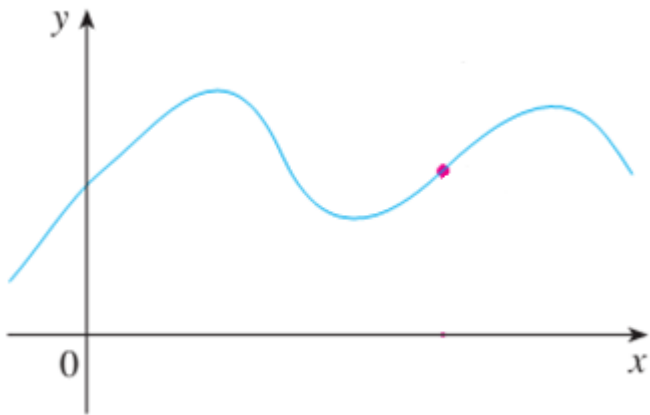
La gráfica de la función f es el conjunto formado por todo los pares ordenados, $(x, y): (x, f(x))$ donde x toma todos los valores del conjunto D , el dominio de f .

$$graf(f) = \{(x, f(x)) \mid x \in D\}$$

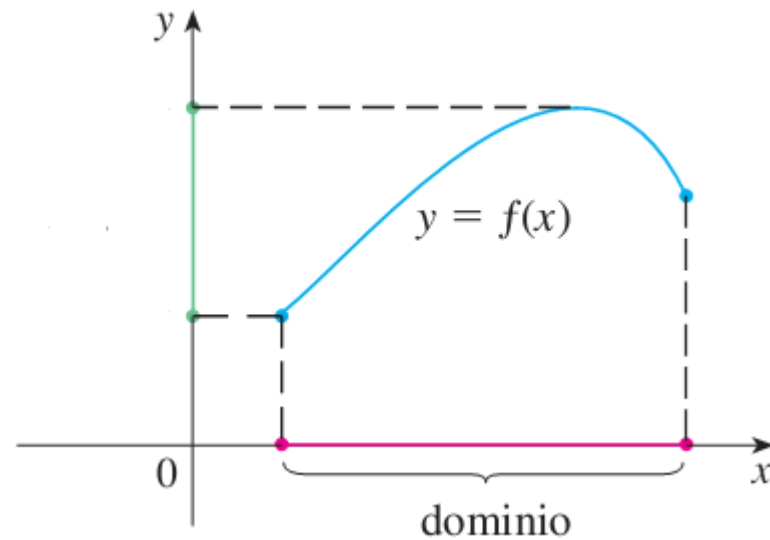
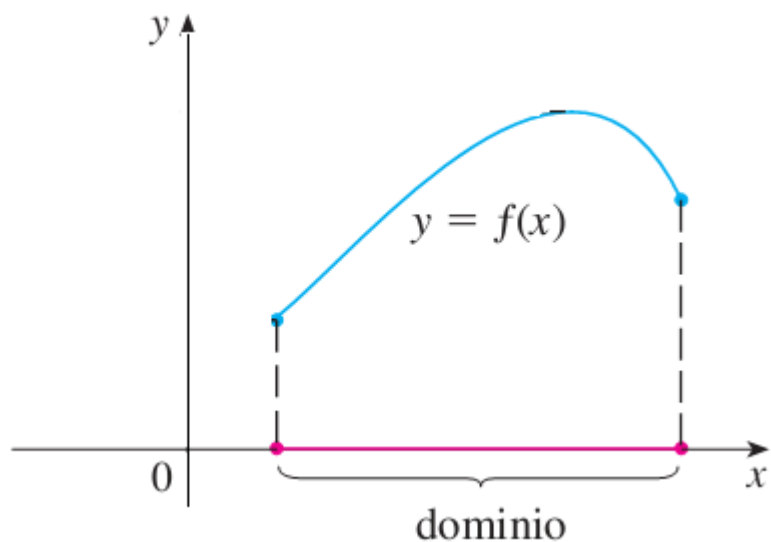
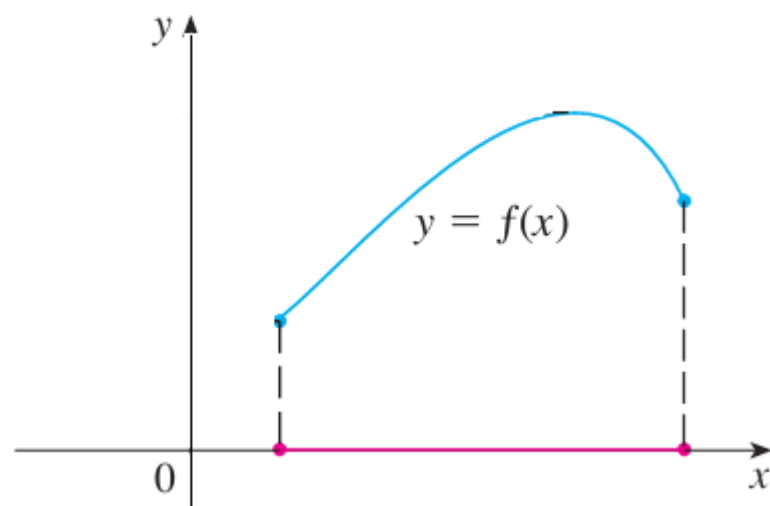
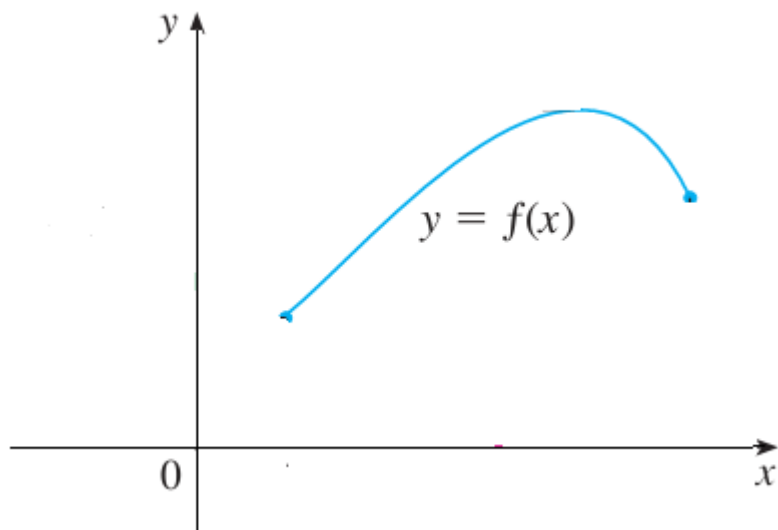


Gráfica de una función

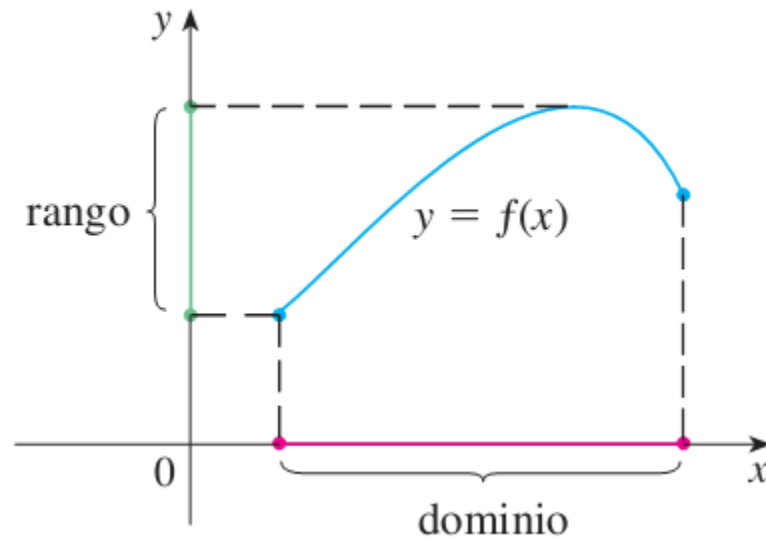
¿Toda curva es la gráfica de una función?



Dominio y Rango



Dominio y Rango



Ejemplos

I) Sea la función $f(x) = 2(x^2 - 1) = 2(x - 1)(x + 1)$

- a) Indicar el dominio de f .
- b) Hallar $f(-1)$, $f(1/2)$, $f(-a)$.
- c) Indicar el conjunto imagen o rango de f .

II) Sea la función $g(x) = \frac{\sqrt{3+x}}{4-x}$

- a) Indicar el dominio de g .
- b) Hallar $g(1)$, $g(-5)$, $g(a+1)$

Tipos de Funciones

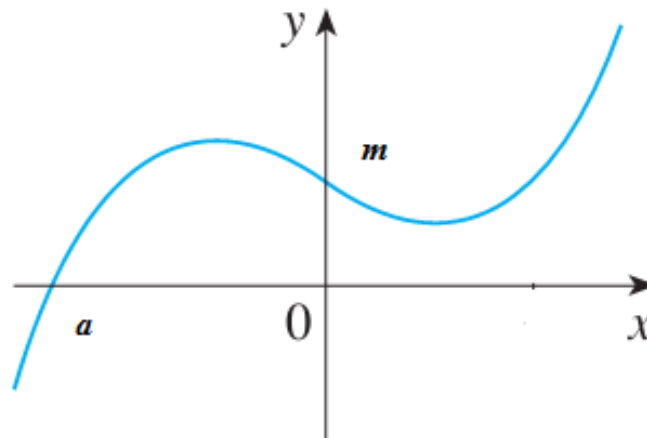
- Funciones Polinomiales
- Funciones Racionales
- Funciones Exponenciales
- Funciones Logarítmicas
- Funciones Trigonométricas

Características observables de una función

- Intersección con los ejes coordenados

Intersección eje x : $(a, 0)$

Intersección eje y : $(0, f(0))$ en este caso $(0, m)$



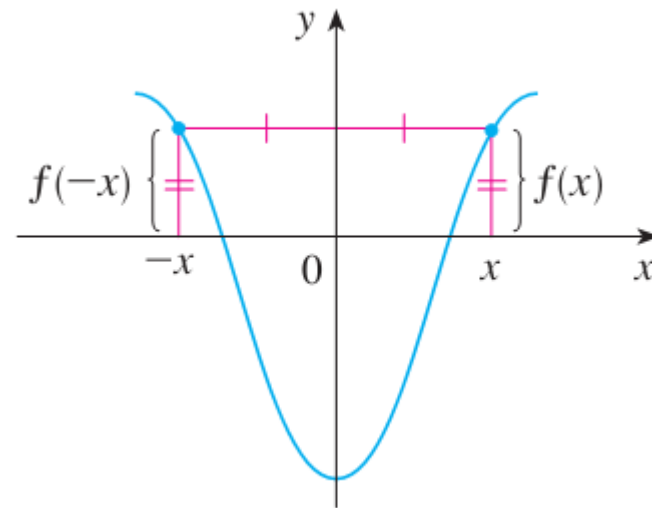
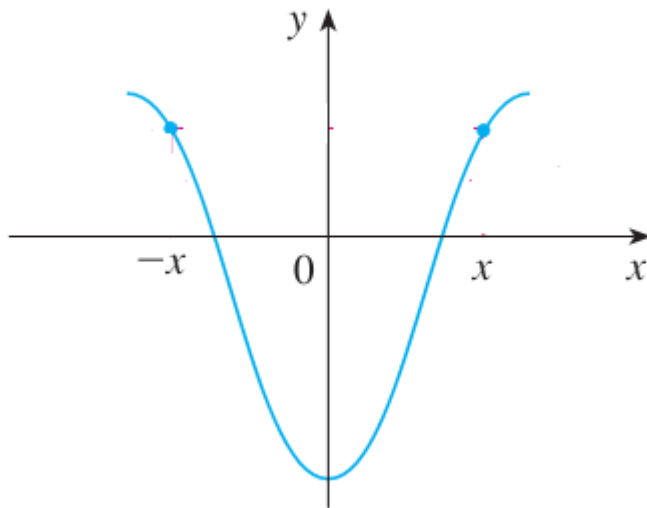
- Cero de una función

El número real a es un *cero* de la función si $f(a) = 0$

Características observables de una función

■ Simetría

Si una función f satisface que $f(-x) = f(x)$ para todo x en su dominio, entonces f es una **función par**.

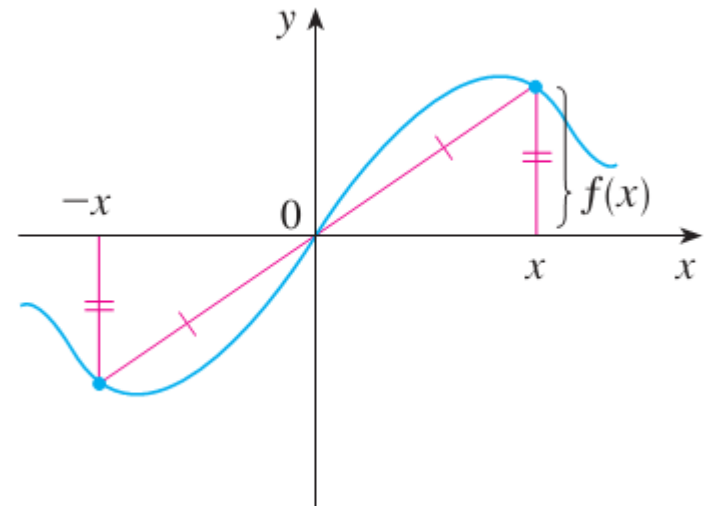
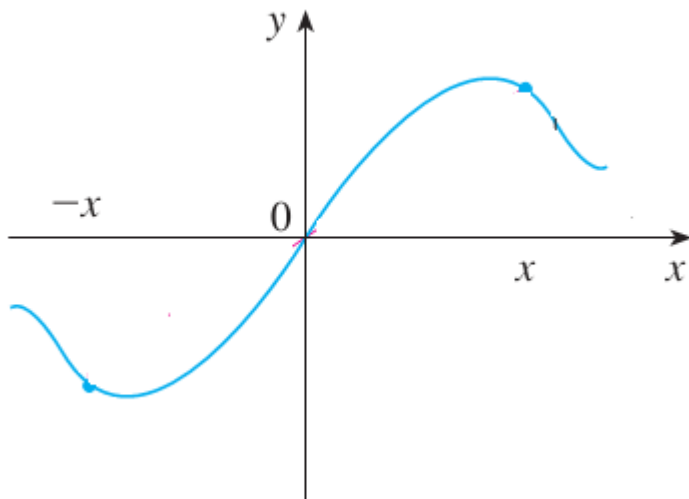


Geométricamente su gráfica es simétrica con respecto al eje y .

Características observables de una función

■ Simetría

Si una función f satisface que $f(-x) = -f(x)$ para todo x en su dominio, entonces f es una **función impar**.

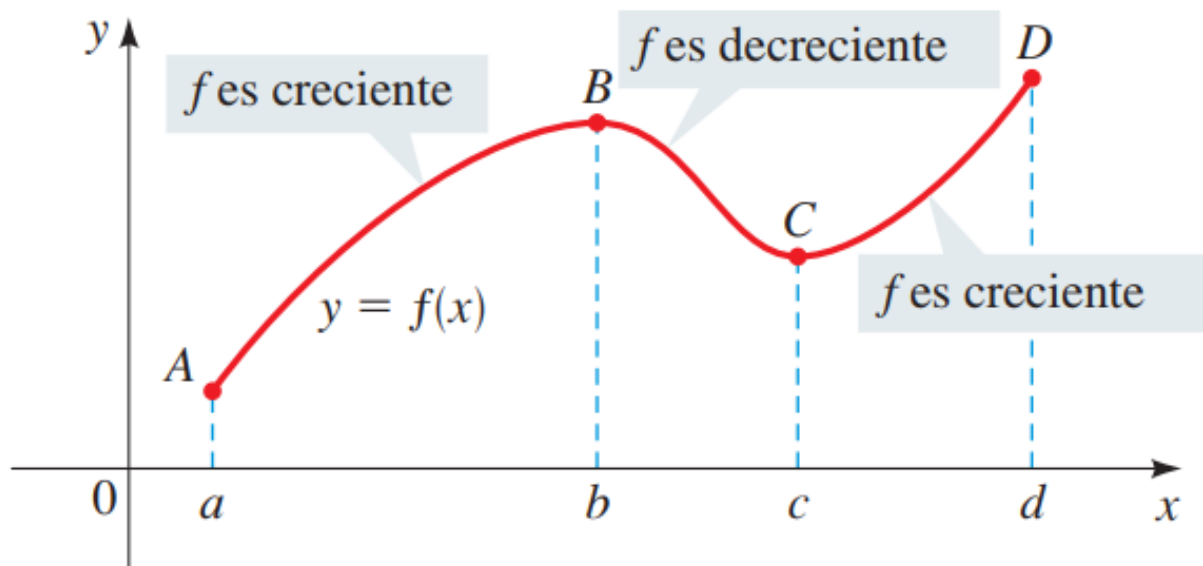


Geométricamente su gráfica es simétrica con respecto al origen.

Características observables de una función

Intervalos de crecimiento – intervalos de decrecimiento

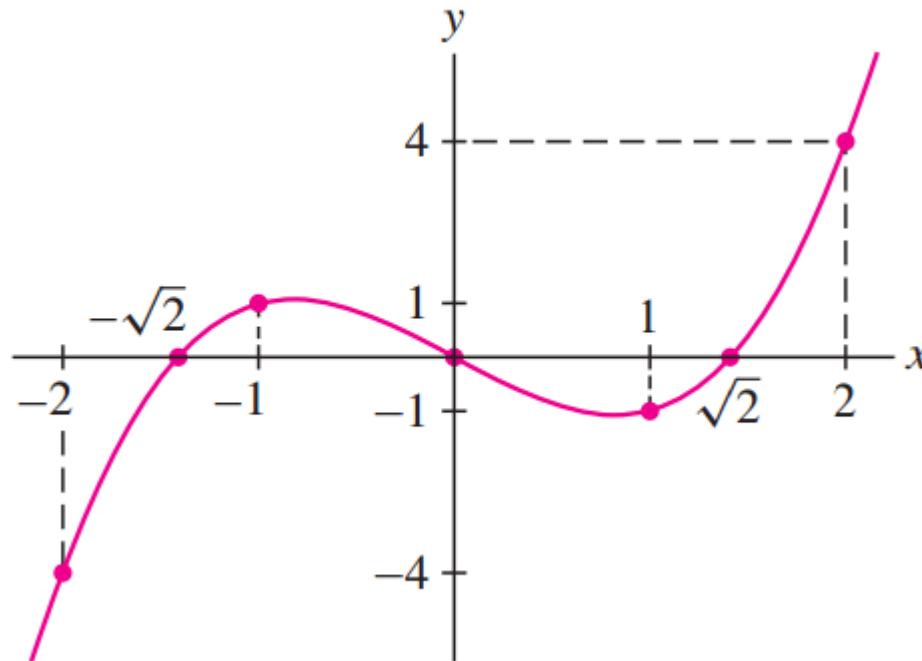
- Una función f es *creciente* sobre un intervalo I si:
para todo $x_1 < x_2$ en I se verifica que $f(x_1) < f(x_2)$
- Una función f es *decreciente* sobre un intervalo I si:
para todo $x_1 < x_2$ en I se verifica que $f(x_1) > f(x_2)$



Características observables de una función

Ejemplo:

Hallar los ceros y la intersección con los ejes coordenados de la función $f(x) = x^3 - 2x$.



Tipos de Funciones

- *Funciones Polinomiales*
- Funciones Racionales
- Funciones Exponenciales
- Funciones Logarítmicas
- Funciones Trigonométricas

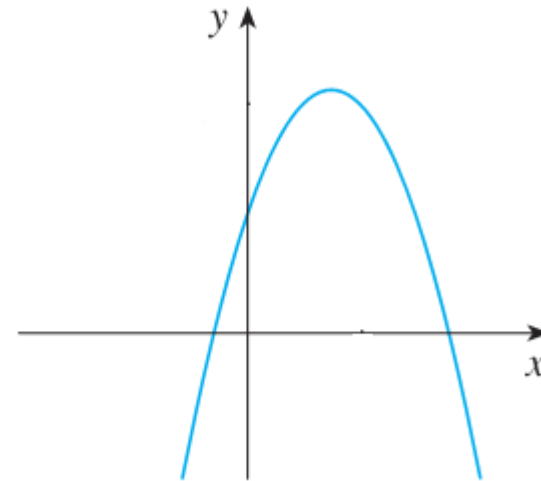
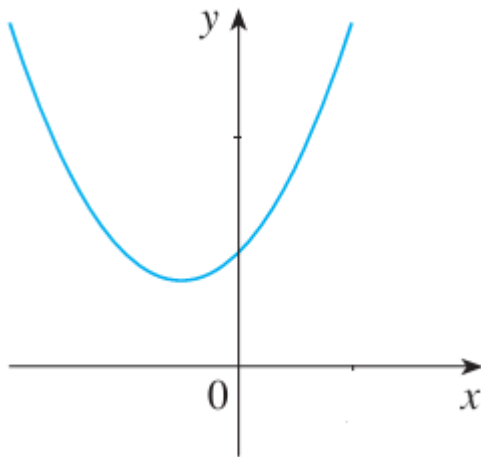
Funciones polinomiales

- Funciones lineal

$$y = f(x) = mx + b$$

- Funciones cuadráticas

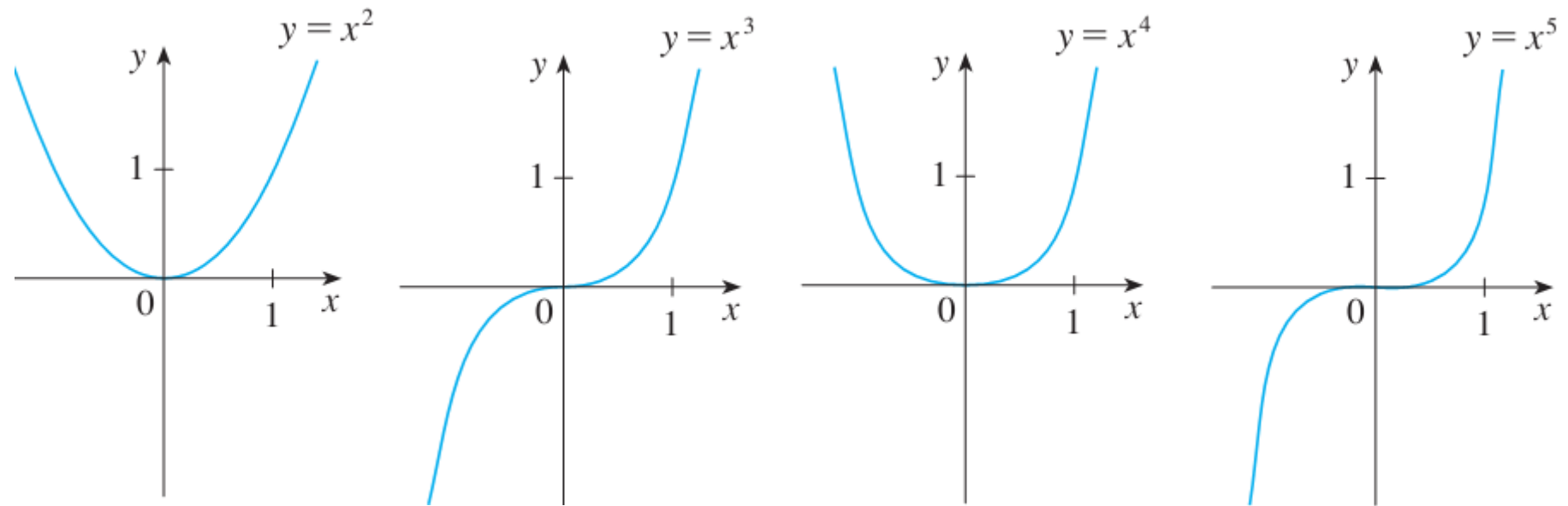
$$y = f(x) = ax^2 + bx + c$$



Cálculo en una Variable

Funciones polinomiales

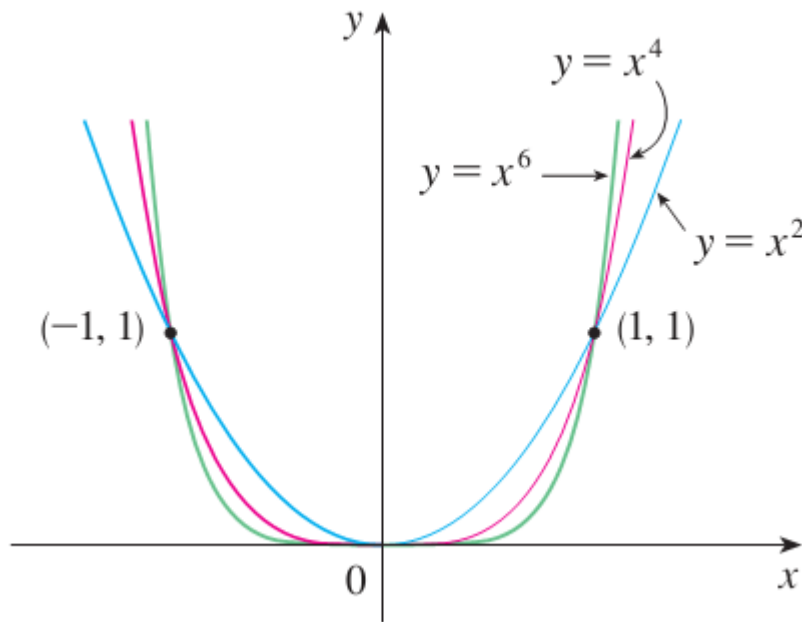
- Funciones potencias:
($f(x) = x^n$, con n natural)



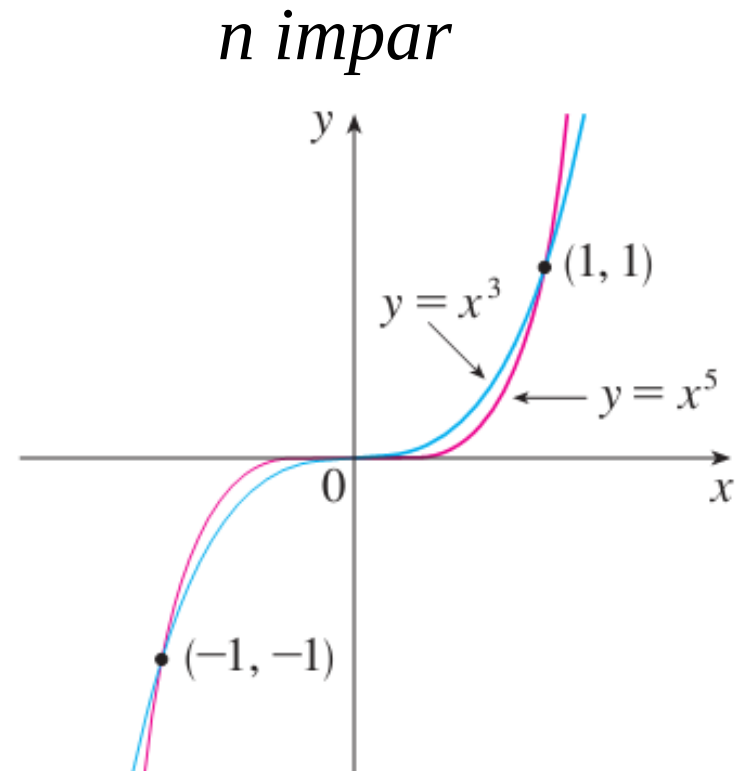
Funciones polinómicas

- Funciones potencias:

$$f(x) = x^n, \text{ con } n \text{ natural}$$



n par



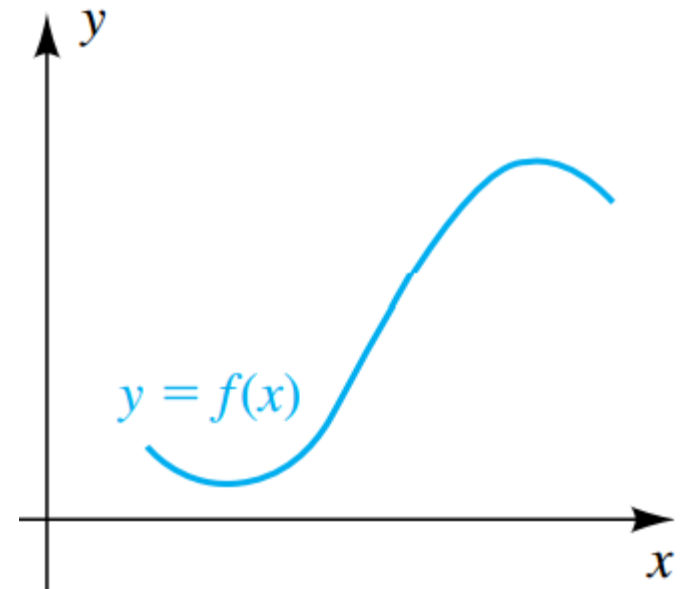
n impar

Funciones polinomiales

- *Funciones Polinomiales* (factorizadas)

Nuevas funciones a partir de funciones viejas

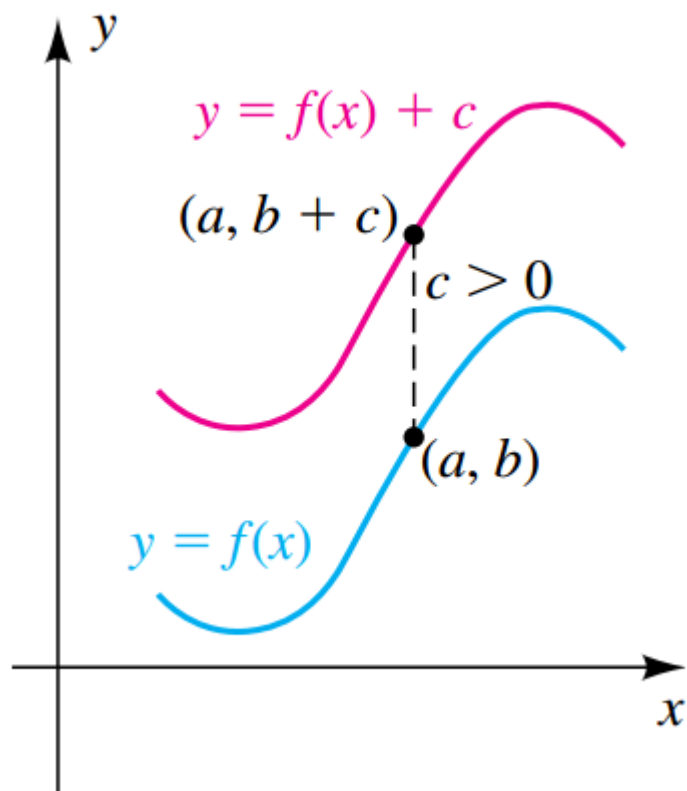
Sea la función $y = f(x)$ cuya gráfica es la siguiente



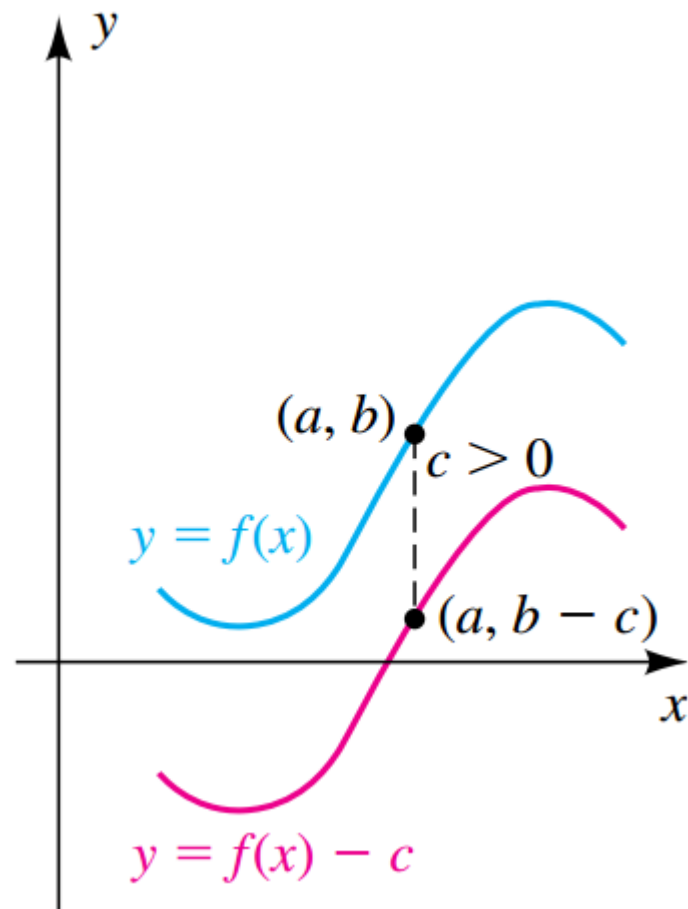
Obtendremos otras funciones a partir de f con las siguientes transformaciones:

- *Desplazamiento vertical .*
- *Desplazamiento horizontal.*
- *Alargamiento y contracción vertical.*
- *Reflexiones verticales y horizontales.*

Desplazamiento vertical



Para graficar $y = f(x) + c$, se desplaza la gráfica de $y = f(x)$ c unidades ***hacia arriba***.



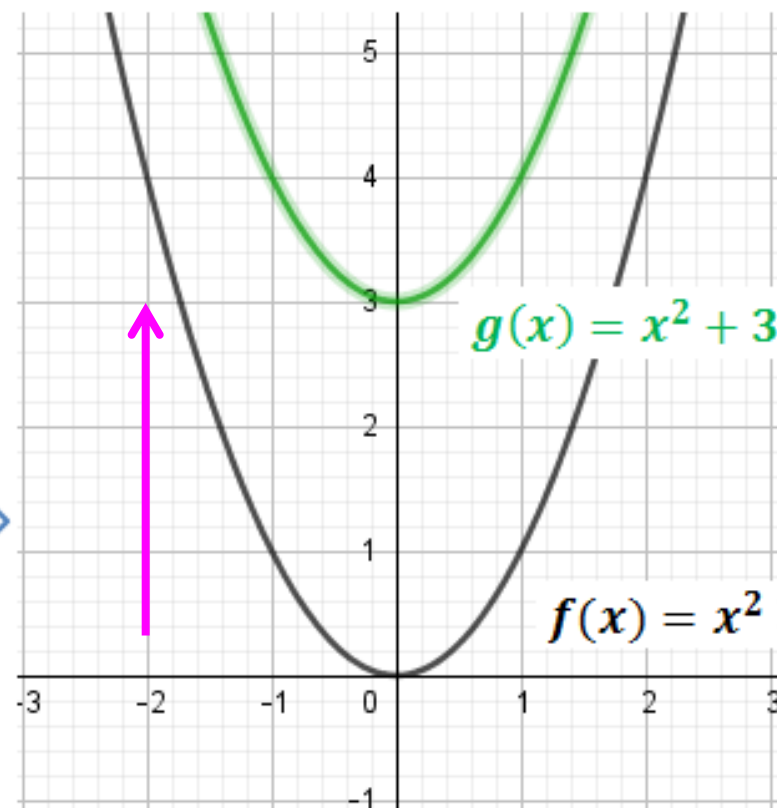
Para graficar $y = f(x) - c$, se desplaza la gráfica de $y = f(x)$ c unidades ***hacia arriba***.

Ejemplos

Ejemplo 1:

Graficar: $g(x) = x^2 + 3$

*Se desplaza.
3 unidades
hacia arriba*

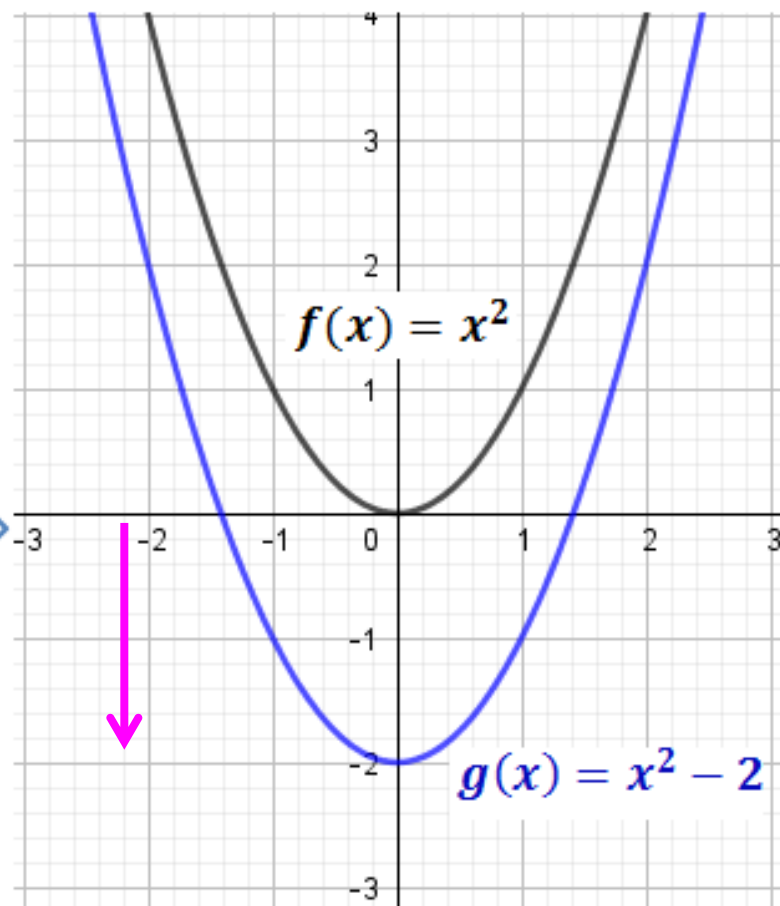


Ejemplos

Ejemplo 2:

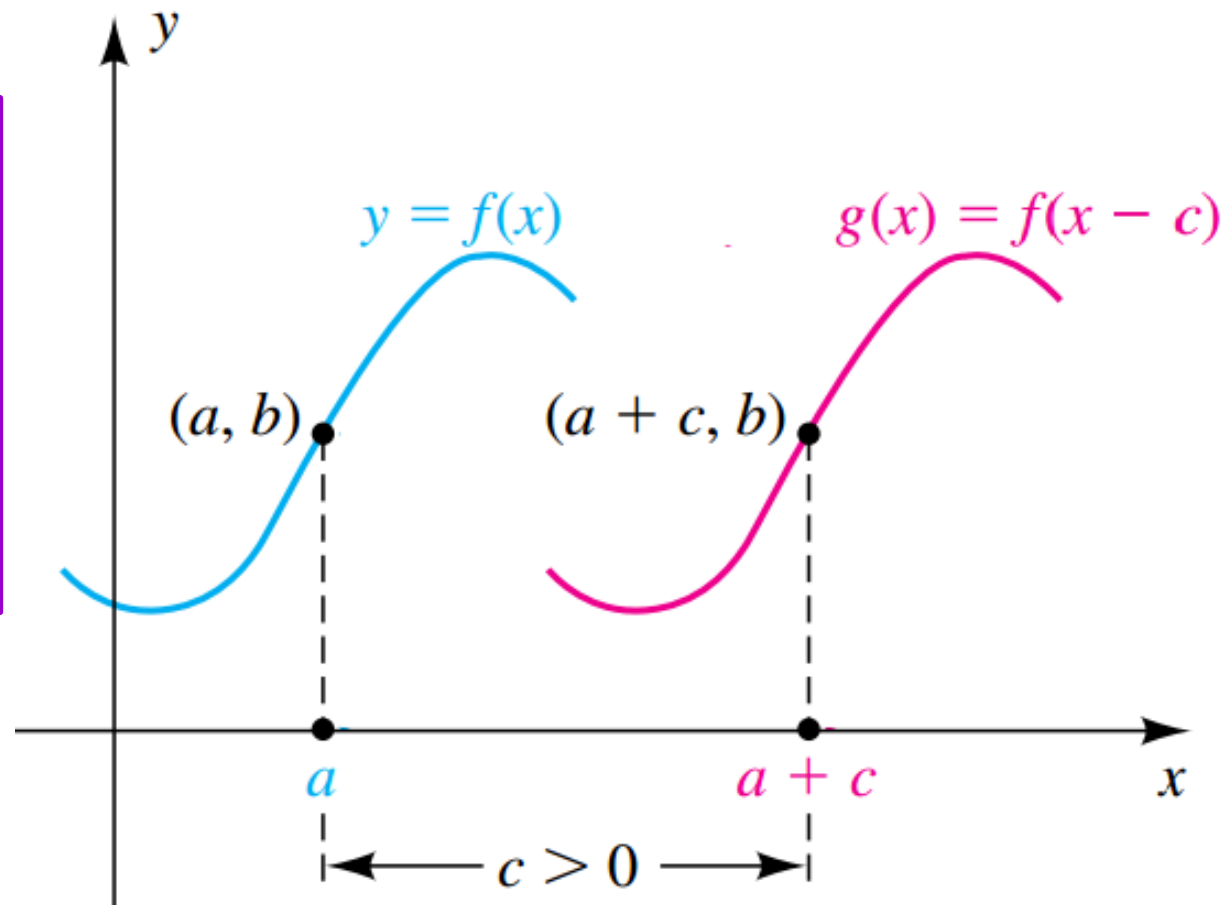
Graficar: $g(x) = x^2 - 2$

*Se desplaza.
2 unidades
hacia abajo*



Desplazamiento horizontal

Para graficar
 $g(x) = f(x - c)$ se
desplaza la gráfica de f
horizontalmente hacia
la **derecha** c unidades.

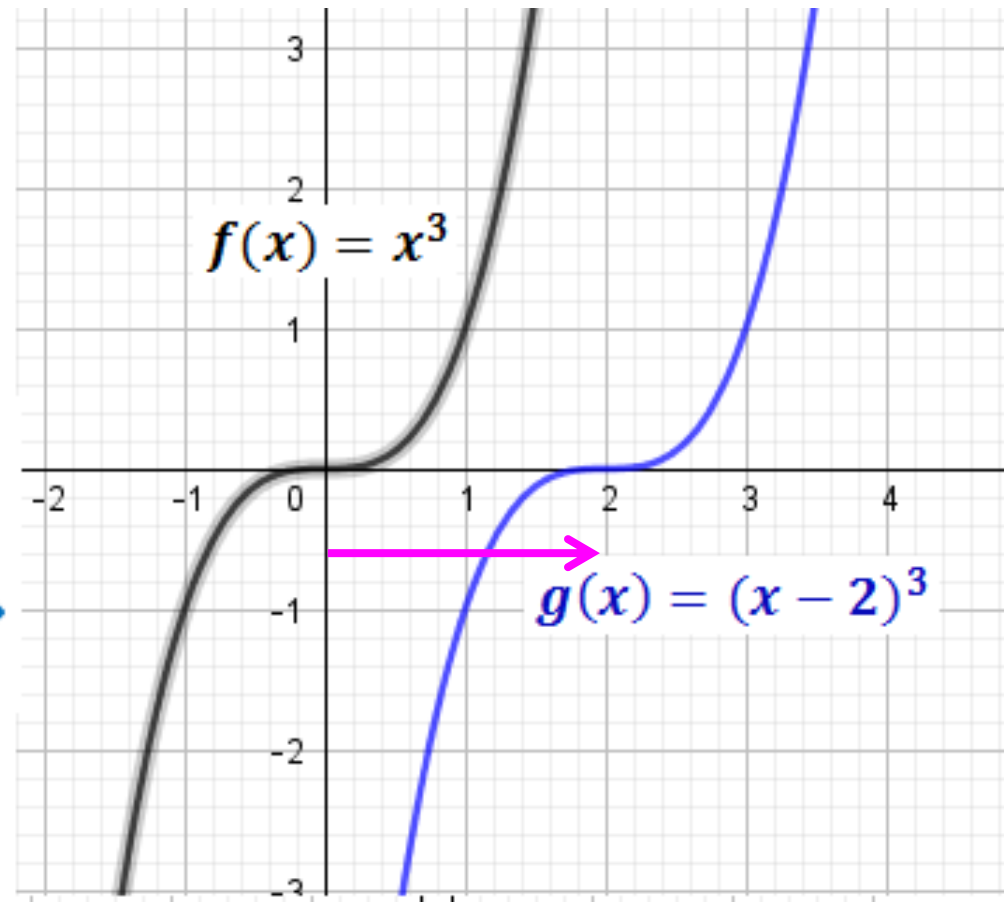


Ejemplos

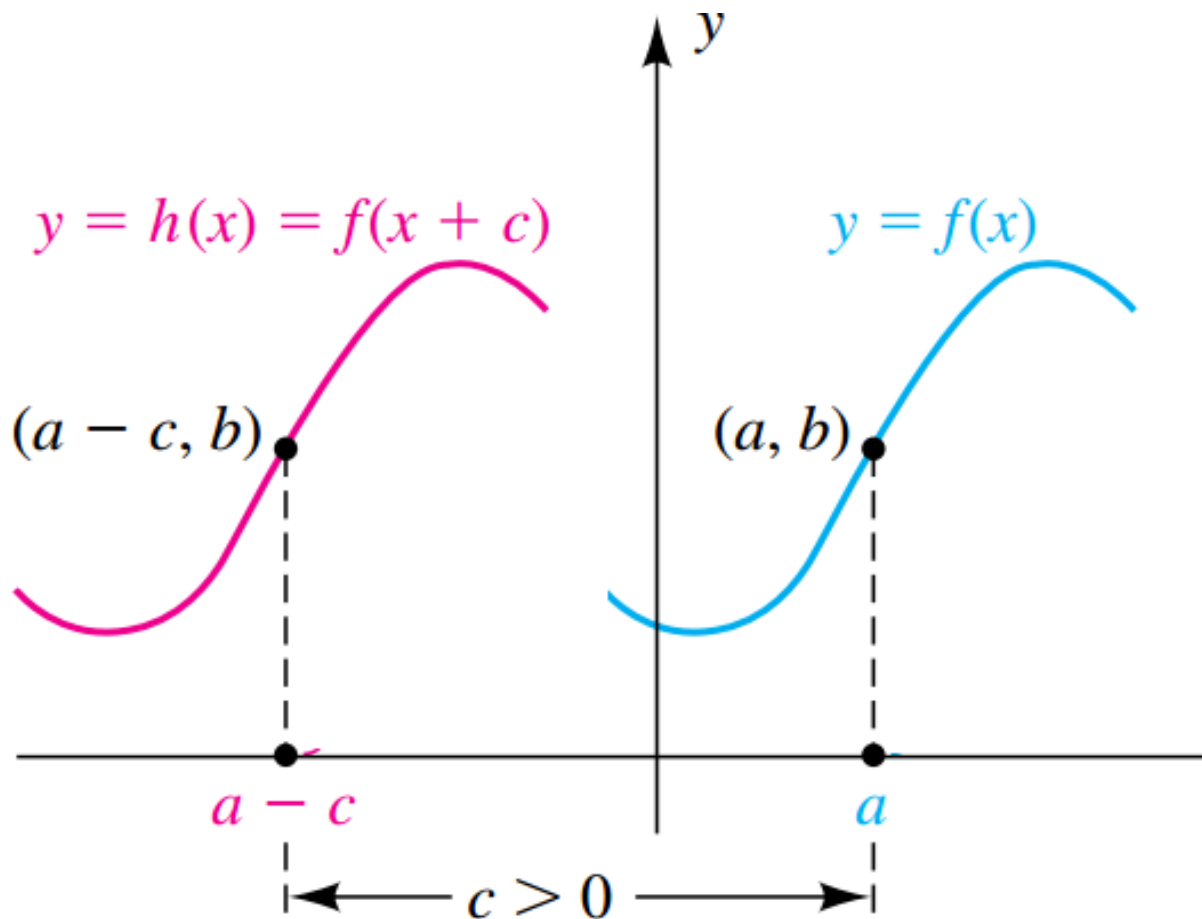
Ejemplo 3:

Graficar: $g(x) = (x - 2)^3$

*Se desplaza.
2 unidades
hacia la
derecha*



Desplazamiento horizontal



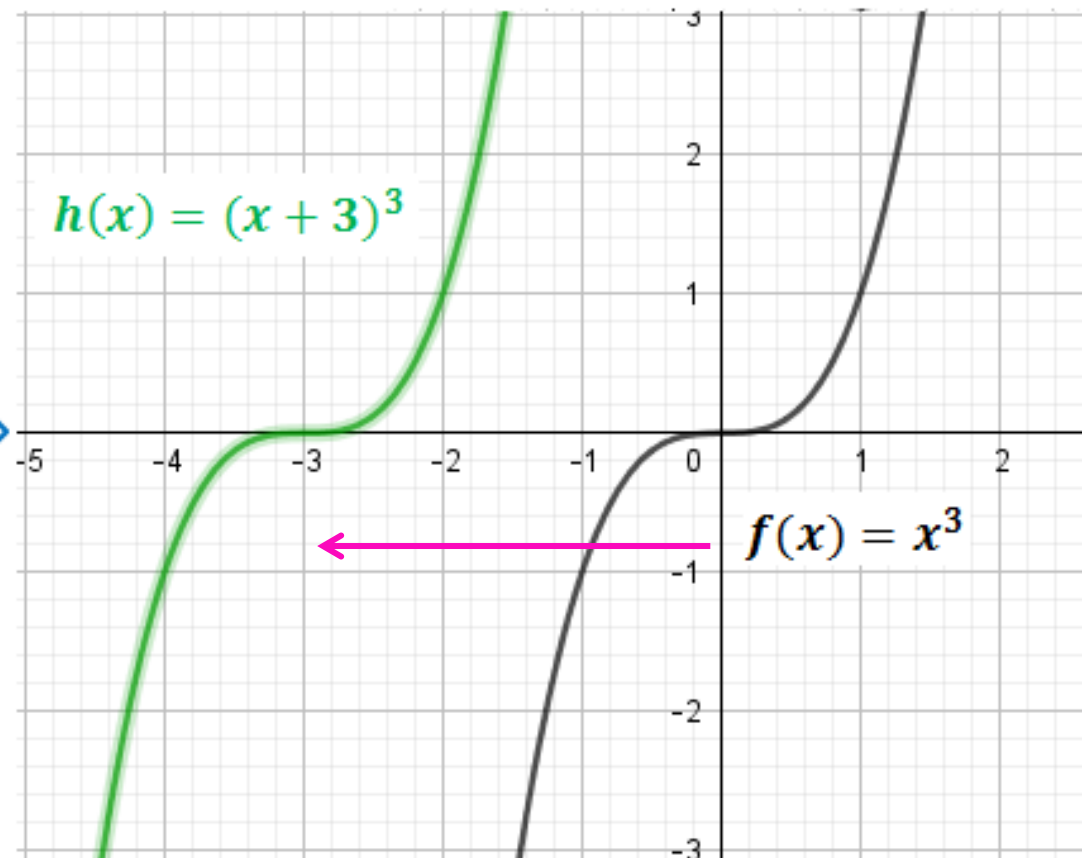
Para graficar $h(x) = f(x + c)$ se desplaza la gráfica de f horizontalmente hacia la **izquierda** c unidades.

Ejemplos

Ejemplo 4:

Graficar: $h(x) = (x + 3)^3$

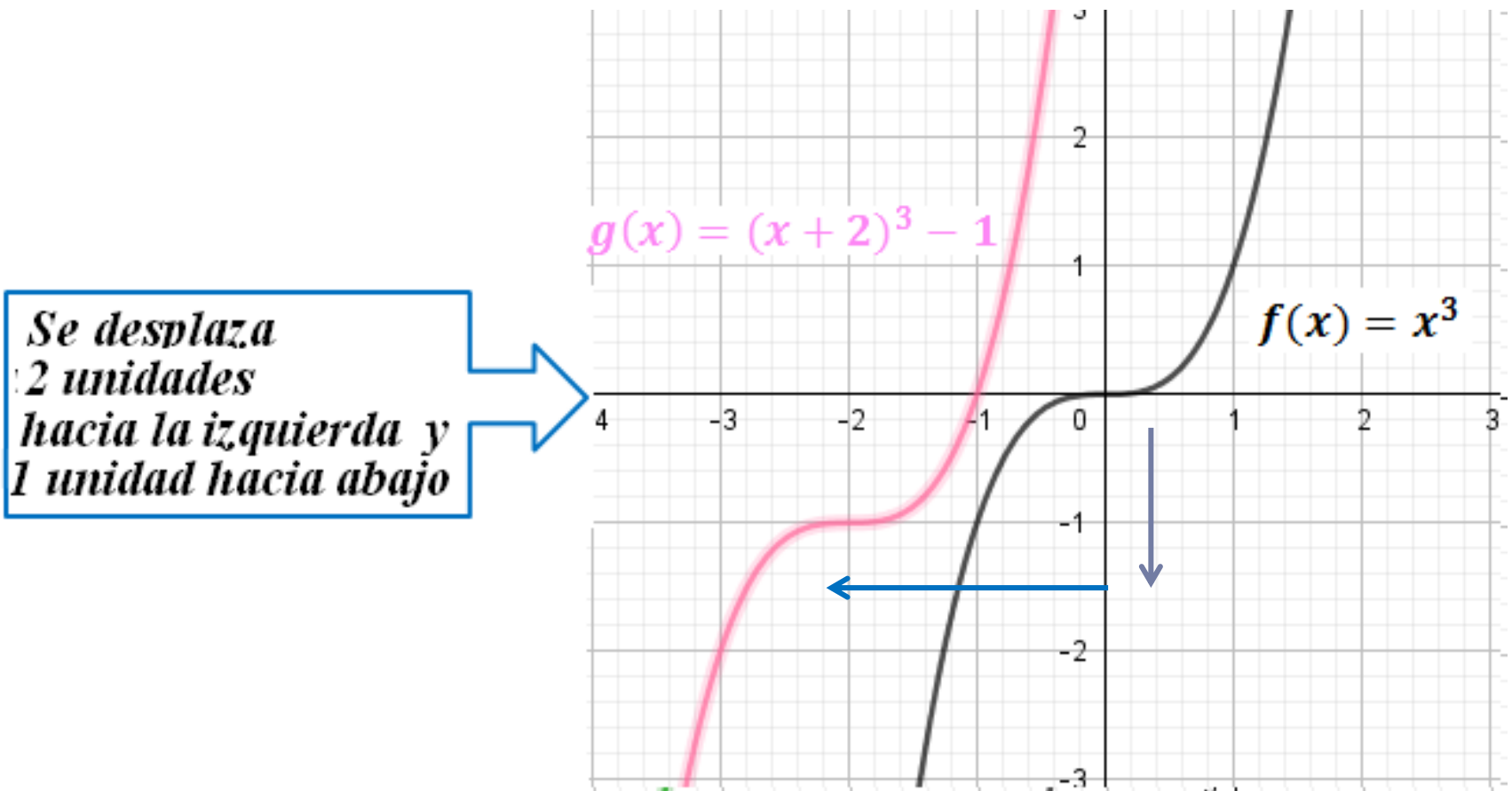
*Se desplaza.
3 unidades
hacia la
izquierda*



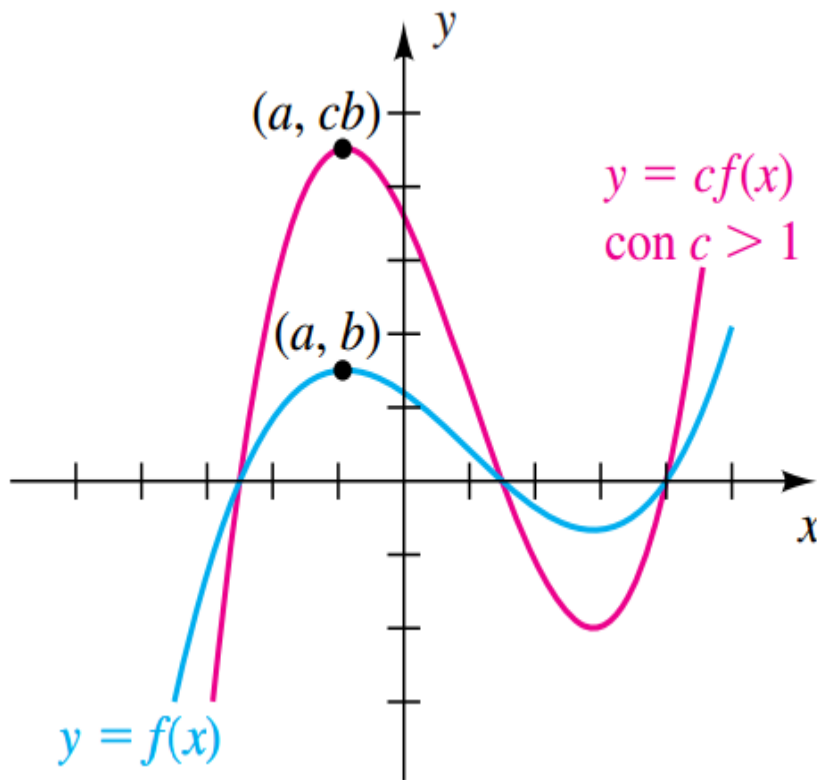
Ejemplos

Ejemplo 5:

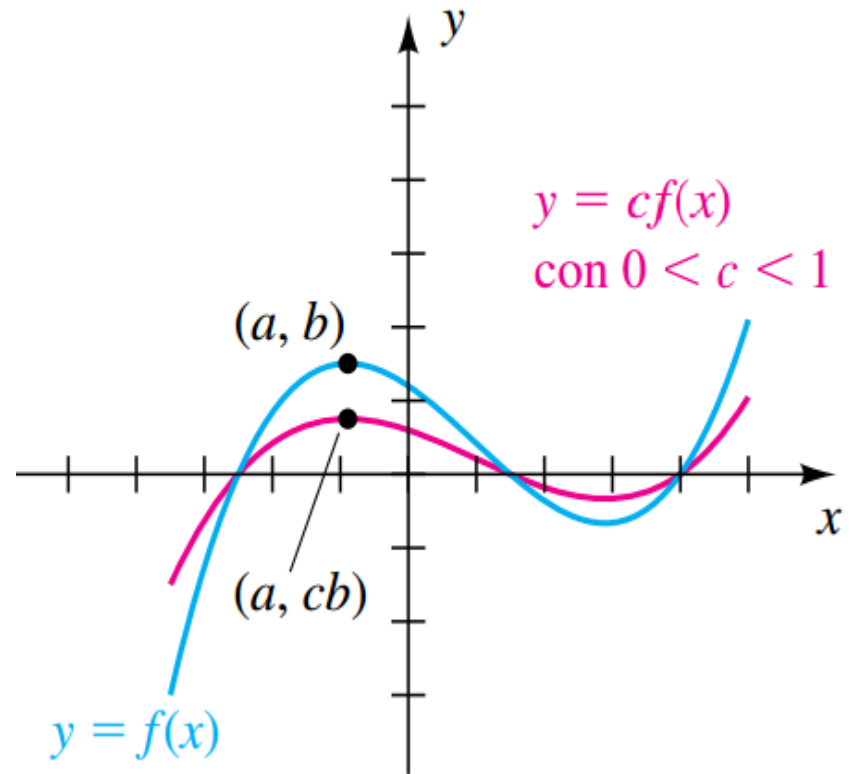
Graficar: $g(x) = (x + 2)^3 - 1$



Alargamiento - contracción



La gráfica de f se **alarga verticalmente** un factor c .



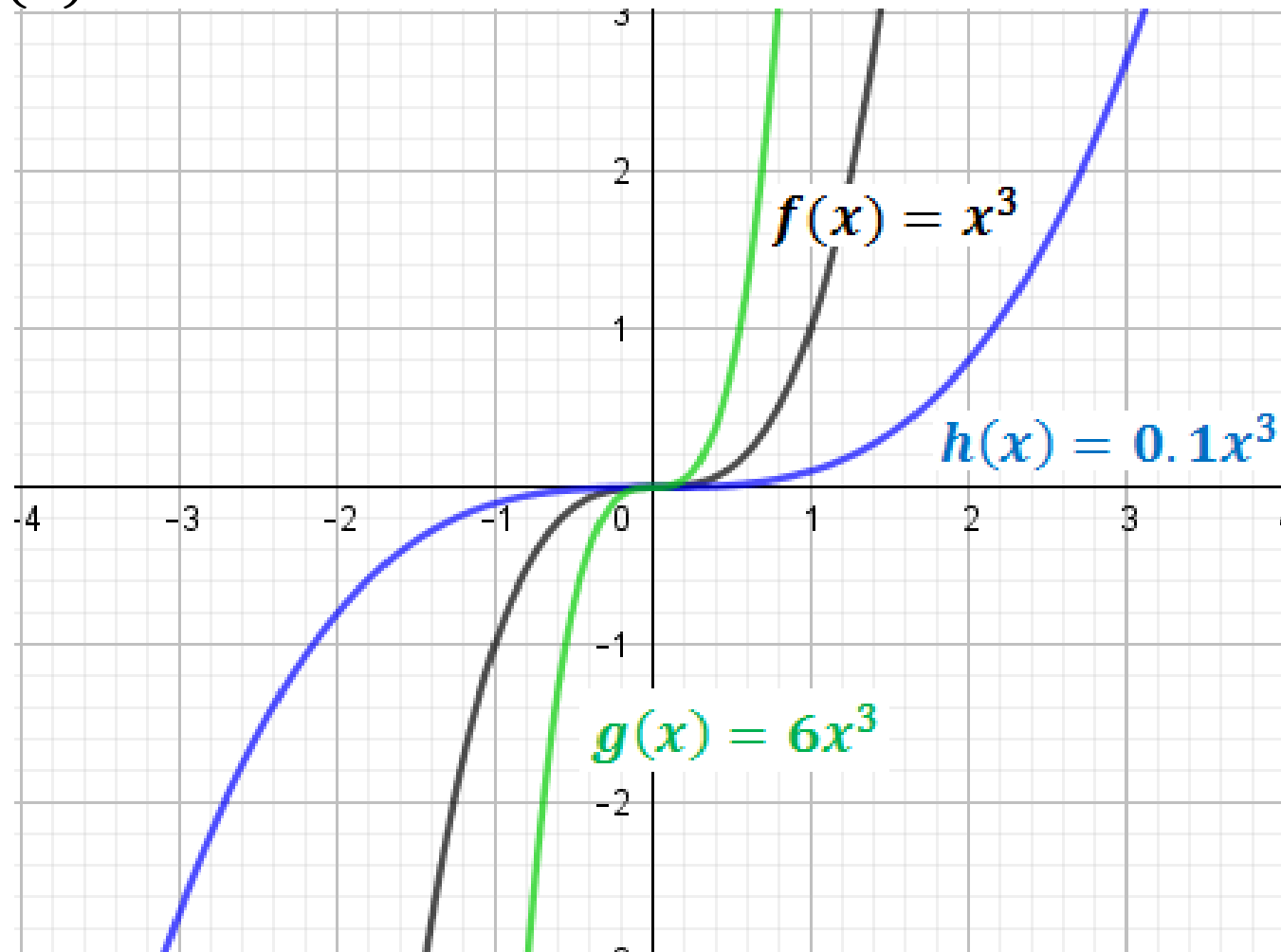
La gráfica de f se **contrae verticalmente** un factor c .

Ejemplos

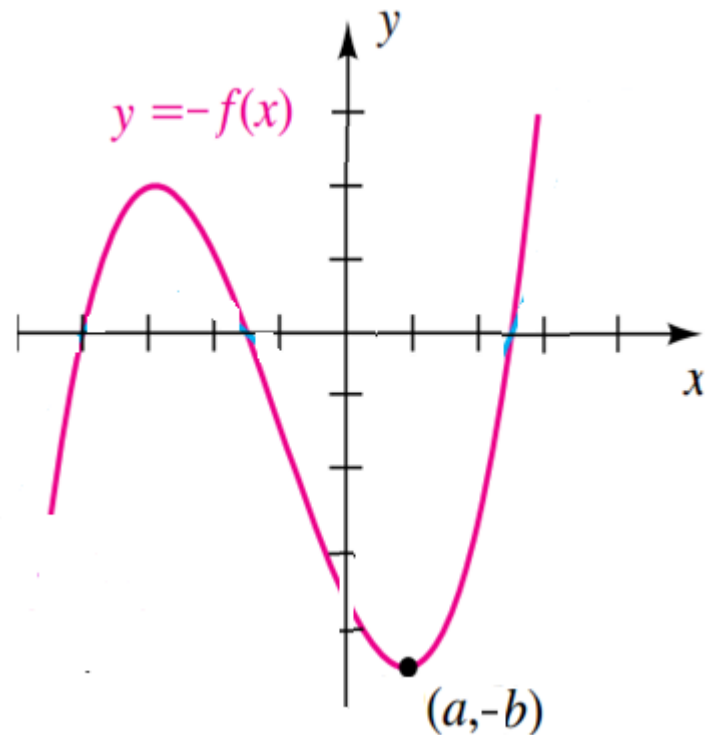
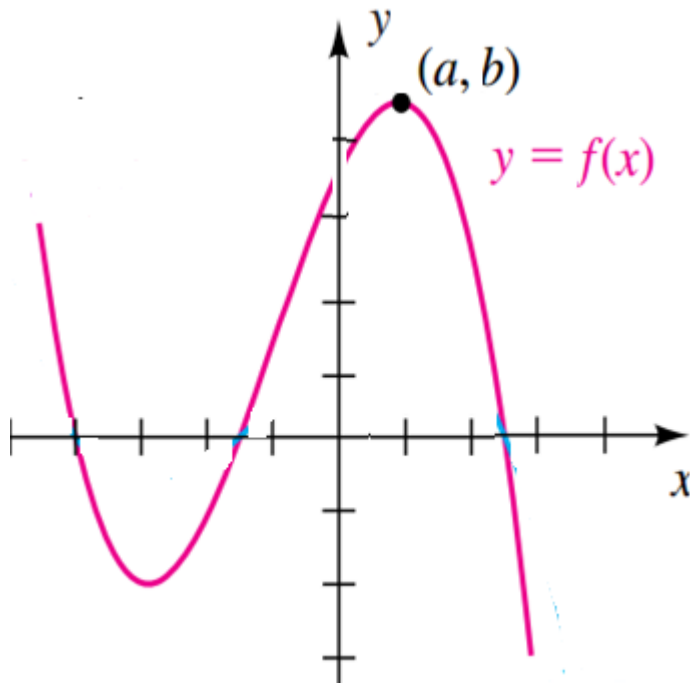
Ejemplo 5:

Graficar: $g(x) = 6x^3$

$$h(x) = 0.1x^3$$



Reflexión horizontal



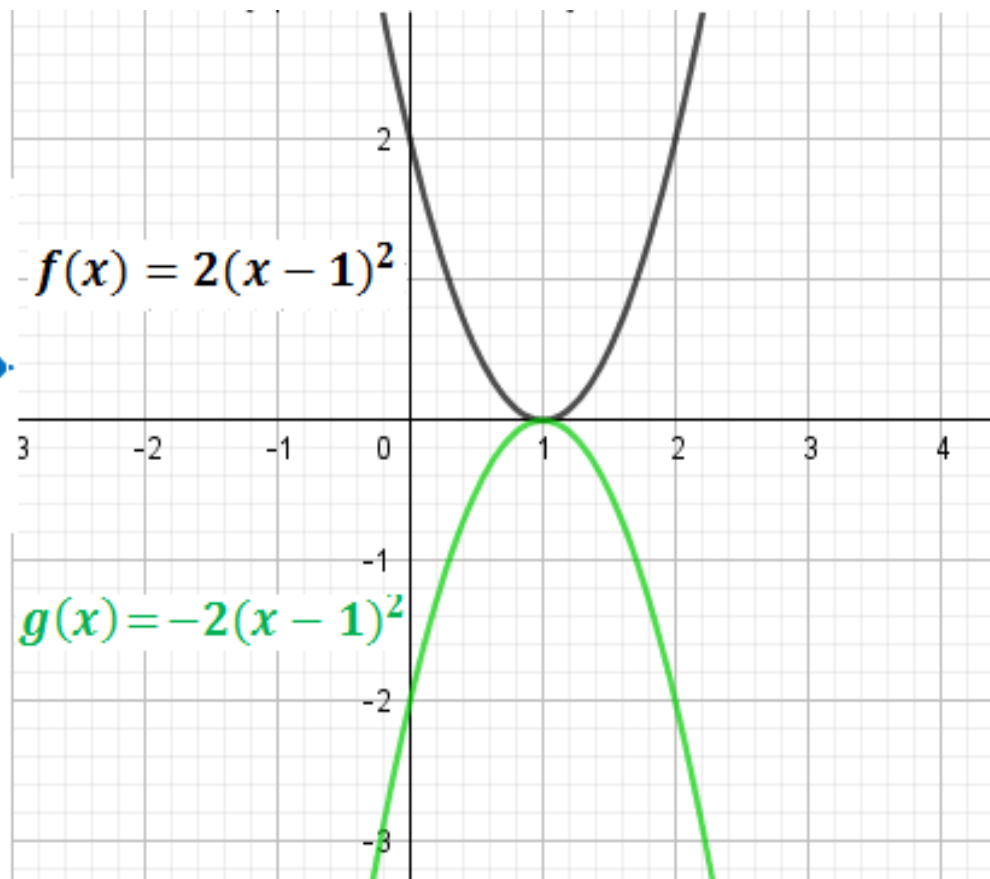
Para graficar $y = -f(x)$, **refleje** la gráfica de $y = f(x)$ con respecto al **eje x**

Ejemplos

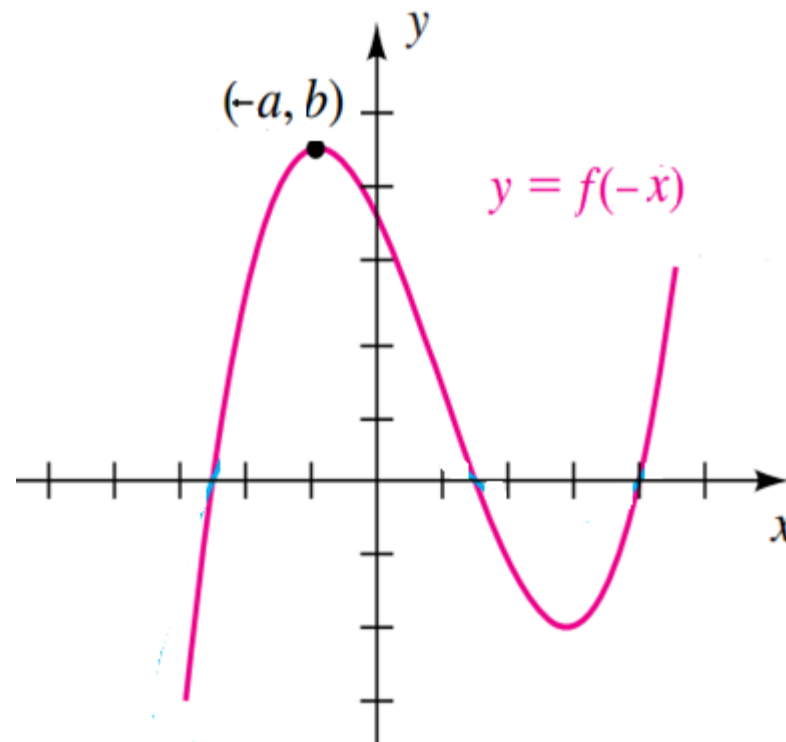
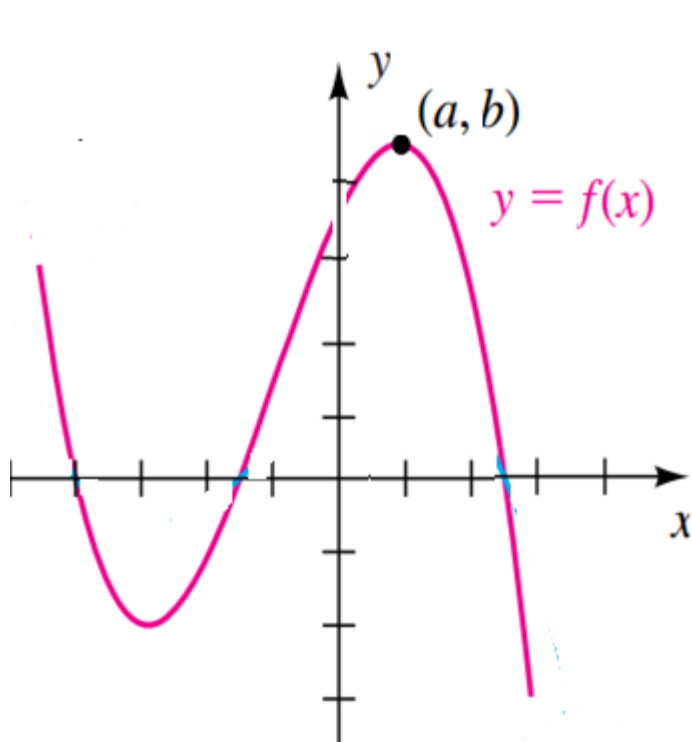
Ejemplo 6:

Graficar: $g(x) = -2(x - 1)^2$

Para graficar $g(x) = -2(x - 1)^2$,
refleje la gráfica de
 $f(x) = 2(x - 1)^2$
con respecto al *eje x*.



Reflexión vertical



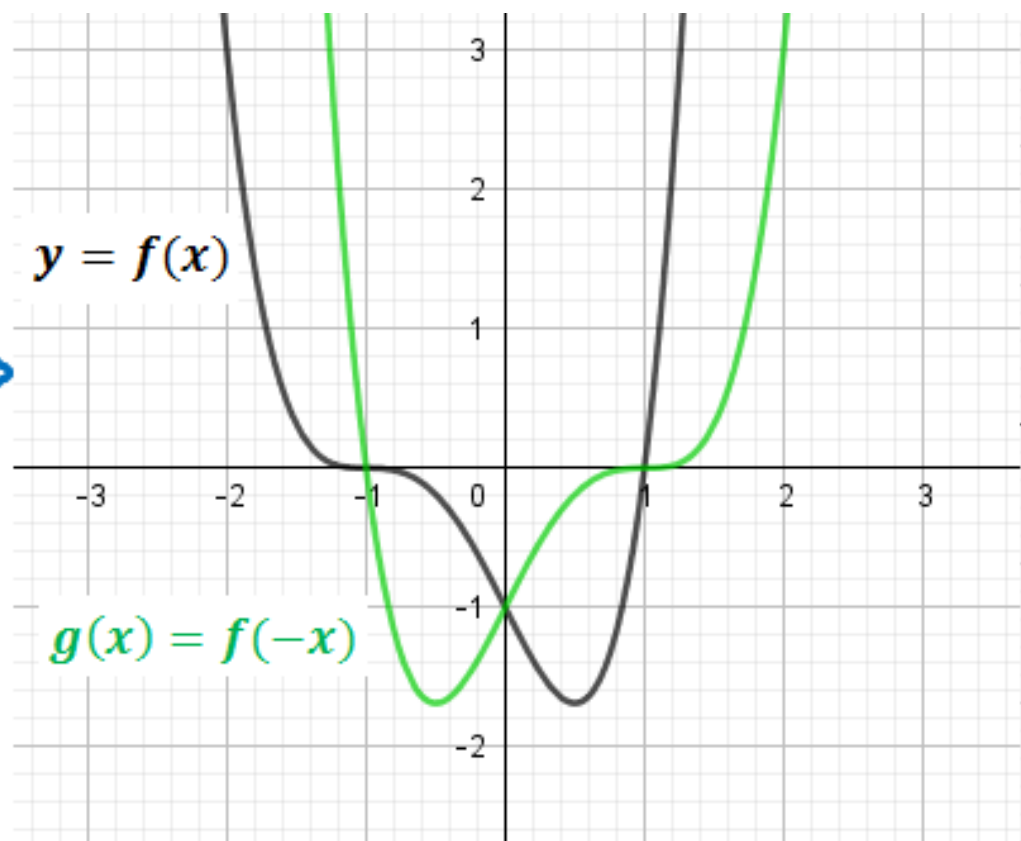
La gráfica de f se **refleja**
con respecto al **eje y**

Ejemplos

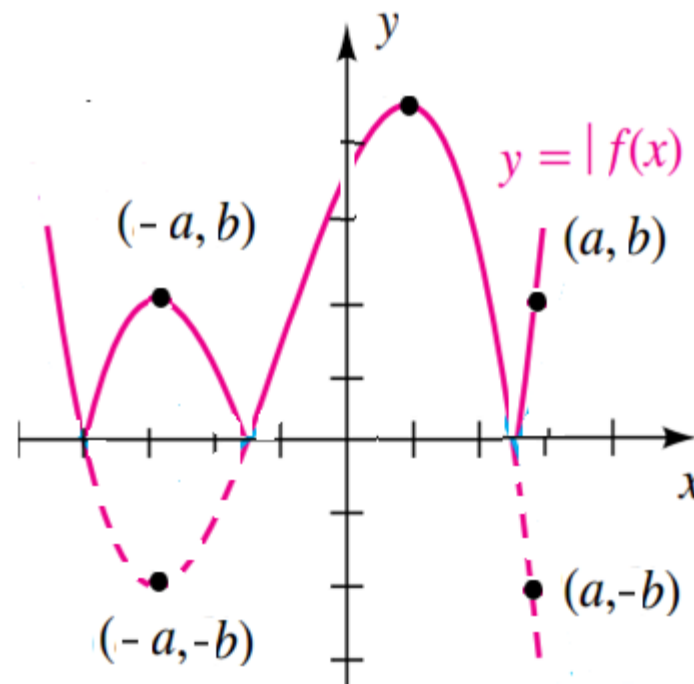
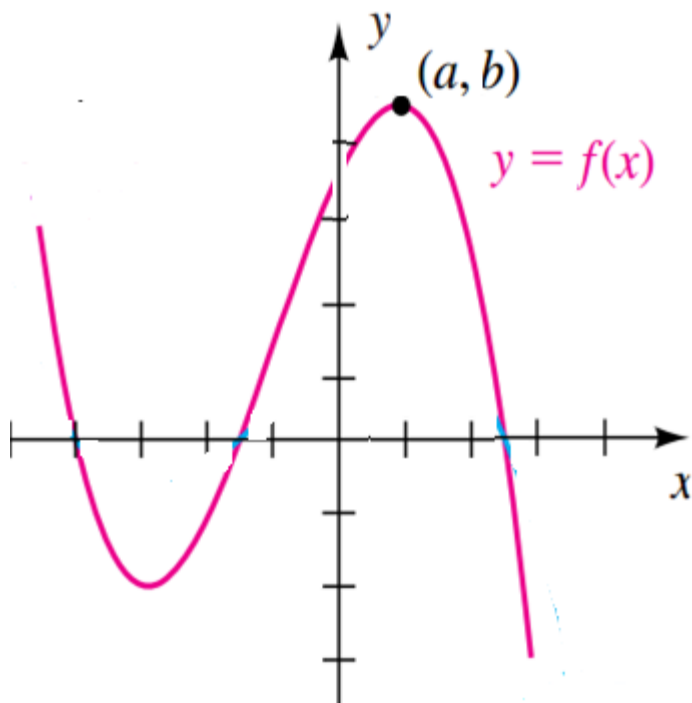
Ejemplo 7:

Dada la gráfica $y = f(x)$ realizar la gráfica $g(x) = f(-x)$

Para graficar $g(x) = f(-x)$,
refleje la gráfica de $y = f(x)$
con respecto al *eje y*.



Valor absoluto de una función



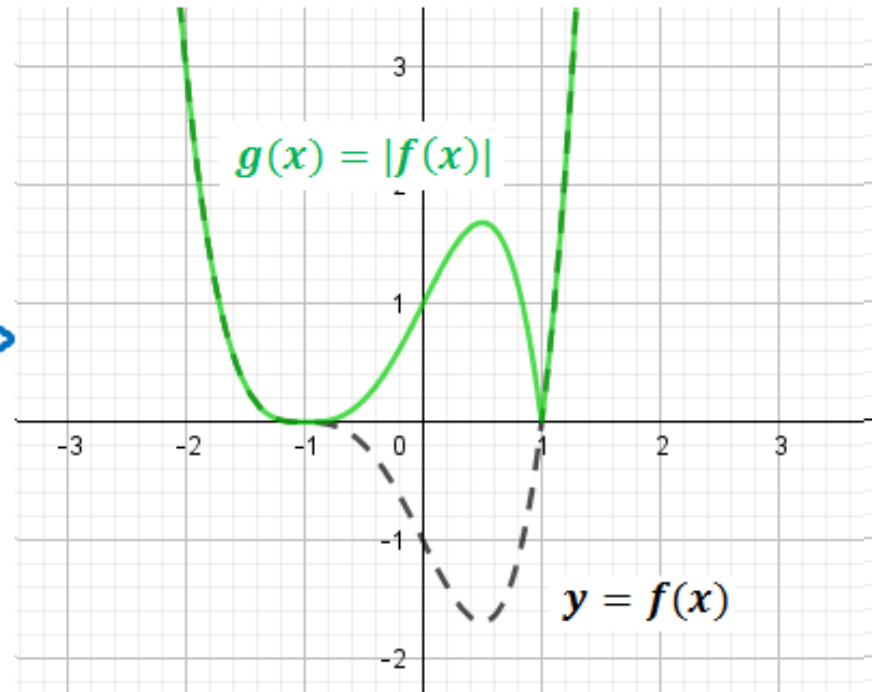
Partiendo de gráfica de f , sólo se **refleja la parte negativa de la función con respecto al eje x**.

Ejemplos

Ejemplo 7:

Dada la gráfica $y = f(x)$ realizar la gráfica $g(x) = |f(x)|$

Para graficar $g(x) = |f(x)|$,
refleje la parte negativa de la gráfica
de $y = f(x)$ con respecto al *eje x*.



Funciones

Continuará.....