

Guía Práctica Nro 1: Funciones (Parte I)

Respuestas

Ejercicio 1: Para que dos funciones sean iguales, deben tener el mismo dominio, y además verificar que $f(a) = g(a)$, $\forall a \in \text{Dom}$. Por lo tanto, en este caso $f \neq g$ dado que tienen distinto Dominio, $\text{Dom}f = \mathbf{R} - \{1\}$ y $\text{Dom}g = \mathbf{R}$.

Ejercicio 2:

		Grafica a)	Grafica b)
a)	$f(1)$	$f(1) = 3$	$f(1)$ No esta definido
	$f(-1)$	$f(-1) \cong -0,25$	$f(-1)$ No esta definido
b)	$f(x) = 1$	en $x = 0$ y $x = 3$	en $x = 0, x \cong 1,8$ y $x \cong 2,9$
	$f(x) = 2$	en $x \cong 0,4$ y $x = 2$	en $x \cong 2,1$ y $x \cong 2,6$
c)	$f(x) = 0$	en $x \cong -0,75$	en $x \cong -0,5$ y $x = 3$
d)	$f(x) \leq 1$	$[-2; 0] \cup [3; 4]$	$[-0,8; 1) \cup (1; 1,8) \cup (2,9; 3,5)$
e)	Intervalode crecimiento	$(2; 1)$	$(-0,8; 0) \cup (1; 2,4)$
	Intervalo de positividad	$(-0,75, 4]$	$(-0,5; 1) \cup (1; 3)$
f)	Dominio	$[-2; 4]$	$[-0,8; 3,5)$
	Imagen	$[-1; 3]$	$[-2,5; 2,5]$

Ejercicio 3:

- $f(-1) \cong 2,7$ $g(3) = 4$
- $f(x) = g(x)$ en $x = -2$ y $x = 2$
- $f(x) < g(x)$ en $[-4; -2) \cup (2; 3]$
- $f(x) = -1$ en $x = -3$ y $x = 4$
- $f(x)$ es decreciente en $(0; 4)$
- $f(x)$ es negativa en $[-4; -2,5) \cup (3,5; 4]$ $g(x)$ nunca es negativa
- $\text{Dom}_f = [-4; 4]$ $\text{Im}_f = [-2; 3]$
 $\text{Dom}_g = [-4; 3]$ $\text{Im}_g = [0,5; 4]$

Ejercicio 4:

- Dominio de $H = \mathbf{R} - \{2\}$.
 Intersección con en el eje x en el punto $(-2,0)$.
 Intersección con en el eje y en el punto $(0,2)$.
- Dominio de $f = \{t \in \mathbf{R} / -2 \leq t \leq 3\}$.
 Intersección con en el eje x en el punto $(\frac{1}{2}, 0)$.
 Intersección con en el eje y en el punto $(0, 0,32)$.
- Dominio de $f = \{t \in \mathbf{R} / t < -\sqrt{5} \text{ y } t > \sqrt{5}\}$.
 No existen puntos de intersección de la función con los ejes coordenados.

Ejercicio 5:

- $T(-4)$ no está definida, $T(-1) = 7/2$, $T(0) = 3$, $T(5) = 5$.
 - Intersección con el eje x en el punto $(\frac{5}{2}, 0)$.
 - Intersección con el eje y en el punto $(0,3)$.
 - La función es positiva en todo su dominio.

- e) La función vale dos en $z = 2$ y $z = \frac{7}{2}$
 f) Imagen o rango de la función: $(-1, \infty)$.

II)

- a) $R(-4) = -2$, $R(-1)$ no está definida, $R(0) = 0$, $R(5) = 25$.
 b) - Intersección con el eje x en los puntos $(-2, 0)$ y $(0, 0)$.
 - Intersección con el eje y en el punto $(0, 0)$.
 d) - La función es positiva en $(-2, -1) \cup (-1, \infty)$.
 - La función es negativa en $(-\infty, -2)$.

- e) La función vale dos en $\theta = \sqrt{2}$

f) Imagen: R

Ejercicio 6:

Ejercicio 71: Volumen de agua restante en el tanque después de t minutos

$$v(t) = 50 \left(1 - \frac{t}{20}\right)^2, \quad 0 \leq t \leq 20$$

- a) El modelo está expresado mediante una función polinómica.
 b) El dominio del modelo $Dom_v = [0; 20]$.
 c) $v(0) = 50$ indica que inicialmente hay 50 galones de agua en el tanque.
 $v(20) = 0$ indica que al cabo de 20 minutos se vacía el tanque.

Ejercicio 73: Velocidad, v , a la que circula la sangre en una arteria en función de la distancia r del eje central

$$v(r) = 18500(0,25 - r^2), \quad 0 \leq r \leq 0,5$$

- a) El modelo está expresado mediante una función polinómica.
 b) El dominio del modelo $Dom_v = [0; 0,5]$.
 c) $v(0,1) = 4440$ indica que la sangre tiene una velocidad de 4440 cm/s a 0,1cm del eje central.
 $v(0,4) = 1665$ indica que la sangre tiene una velocidad de 1665 cm/s a 0,4cm del eje central.

Ejercicio 7: La expresión de la función está dada por $f(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \leq -1 \\ -x + 1 & \text{si } -1 < x \leq 2 \\ -2 & \text{si } x > 2 \end{cases}$

Ejercicio 8:

- 1-a) hacia arriba. 1-b) hacia la izquierda.
 2-a) hacia abajo. 2-b) hacia la derecha.
 3-a) eje x. 3-b) eje y.
 4-a) II. 4-b) IV. 4-c) I. 4-d) III.

Ejercicio 9:

- 5-a) se debe desplazar 5 unidades hacia abajo la gráfica de f .
 5-b) se debe desplazar 5 unidades hacia la derecha la gráfica de f .
 6-a) se debe desplazar 7 unidades hacia la izquierda la gráfica de f .
 6-b) se debe desplazar 7 unidades hacia arriba la gráfica de f .
 7-a) se debe reflejar en el eje x la gráfica de f .
 7-b) se debe reflejar en el eje y la gráfica de f .
 8-a) se debe reflejar en el eje x la gráfica de f y además alargar verticalmente en un factor de 2.
 8-b) se debe reflejar en el eje x la gráfica de f y además contraer verticalmente en un factor de $1/2$.

Ejercicio 11:

- 62-a) es la gráfica 2, pues la gráfica 2 es la gráfica f contraída en un factor de $1/3$.

62-b) es la gráfica 3, pues la gráfica 3 es la gráfica f reflejada en el *eje x* y trasladada 4 unidades a la izquierda.

62-c) es la gráfica 1, pues la gráfica 1 es la gráfica f trasladada 4 unidades a la derecha y tres unidades hacia arriba.

62-d) es la gráfica 4, pues la gráfica 4 es la gráfica f reflejada en el *eje y*.

Ejercicio 13:

- a) $(-5,3)$ b) $(-5,-3)$

Ejercicio 14:

- a) Ninguna. b) Impar. c) Ninguna. d) Impar. e) Impar. f) Par.

Ejercicio 16:

- a) Dominio: $\mathbb{R}$

Intersección con los ejes coordenados: Punto $(0,0)$.

Intervalos de positividad: $(-\sqrt{2}, 0) \cup (\sqrt{2}, \infty)$.

Intervalos de negatividad: $(-\infty, -\sqrt{2}) \cup (0, \sqrt{2})$.

- b) Dominio: $\mathbb{R}$

Intersección con los ejes coordenados:

- Eje x : En los puntos $(-3,0)$ y $(1,0)$.

- Eje y : En el punto $(0, -18)$.

Intervalos de positividad: $(1, \infty)$.

Intervalos de negatividad: $(-\infty, 1)$.

- c) Dominio: $\mathbb{R}$.

Intersección con los ejes coordenados:

- Eje x : En los puntos $(-1,0)$, $(0, 0)$ y $(2,0)$.

- Eje y : En el punto $(0,0)$.

Intervalos de positividad: $(-\infty, -1) \cup (2, \infty)$.

Intervalos de negatividad: $(-1, 2)$.

Nota: el resto de los ejercicios (10, 12, 15 y 16 y los ítems que incluyan “realice la gráfica” no se subirán a la guía de respuestas).