

Guía de lectura

Esta guía tiene como objetivo organizar tu lectura y estudio de los temas que trataremos en ésta asignatura. Utilizaremos la bibliografía básica y estará organizada por semana según el cronograma que te presentamos para la asignatura.

Guía de lectura

Tema: Funciones

Guía de estudio para las Secciones: 2.6 - 2.7- 3.7 - 4.1 - 4.2 - 4.3 y 5.2

En la **Sección 2.6** se presentan la definición de las operaciones realizadas entre funciones.

- Sumas, diferencias, productos y cociente.

Las operaciones suma, diferencia, producto y cociente aplicadas a funciones, generan otras funciones. Lee cuidadosamente las definiciones y presta atención a la notación, a la simbología utilizada y en particular *el dominio* de las funciones obtenidas. En el *ejemplo 1* de la pág. 191, se obtienen funciones a partir de la aplicación de estas operaciones. Lee y analiza su solución. Dedicar especial atención a la notación y a la simbología utilizada.

En el texto luego de presentar un ejemplo y su solución el autor sugiere: *ahora intente hacer el ejercicio ...* Realiza el ejercicio sugerido.

El *ejemplo 2* sólo se sugiere lectura, no realizaremos sumas utilizando gráficos.

- Composición de funciones.

Una de las formas importantes de combinar funciones es la *composición de funciones*. Lee detenidamente la definición, notación y simbología utilizada (pág. 193 y pág. 194)

En el *ejemplo 3* de la pág. 193, se realiza la composición de funciones. Analiza su solución y realiza los ejercicios sugeridos al final. Lee y analiza el *ejemplo 4* y el *ejemplo 5*.

En la **Sección 2.7** se presenta el concepto de funciones uno a uno y el de función inversa.

- Funciones uno a uno.

Lee la definición y analiza el gráfico presentado en la Figura 2. Nosotros aplicaremos el método gráfico para determinar si una función es uno a uno. Lee y analiza la solución del *ejemplo 1* y del *ejemplo 2* de la página 200.

- La inversa de una función.

Lee detenidamente la definición de inversa de una función, notación y simbología utilizada. Analiza la solución del *ejemplo 4* (pág. 201).

En esta sección se presenta la forma en que se obtiene funciones inversas. No es uno de nuestros objetivos principales sino que nos interesa el gráfico de una función inversa.

- Graficar la inversa de una función.

Lee detenidamente cómo se obtiene el gráfico de inversa de una función. Observa las gráficas de las Figura 8 y Figura 9. Analiza la solución del *ejemplo 9* (pág. 204).

En la **Sección 3.7** se presentan las funciones racionales: $r(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$, donde P y Q son funciones polinomiales. Analizaremos sólo las funciones racionales $f(x) = \frac{1}{x}$ y $f(x) = \frac{1}{x^2}$.

- Gráfica de la función $f(x) = \frac{1}{x}$

Lee en forma detallada el *ejemplo 1* (pág. 277), en él se hace un análisis detallado de la función racional $f(x) = \frac{1}{x}$ hasta llegar a obtener su gráfica. Ver Figura 1 y presta atención a su *dominio* y *rango*.

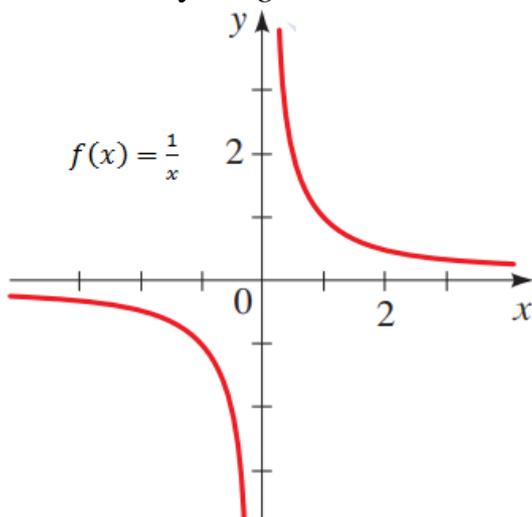


Figura 1

Dominio de f = $\{x \in \mathbf{R} / x \neq 0\} = \mathbf{R} - \{0\}$
Rango de f = $\{v \in \mathbf{R} / v \neq 0\} = \mathbf{R} - \{0\}$

Ésta gráfica contiene: una **asíntota horizontal** de ecuación, $y = 0$, y una **asíntota vertical** de ecuación, $x = 0$.

Se sugiere no hacer el ejercicio 7.

Estas son las primeras funciones que presentan **asíntotas**. Observa el cuadro al final de la página 278 y el cuadro de definición de asíntotas de la página 279.

Observación importante: Sólo se utilizará una tabla para presentar las gráficas de las funciones que analizaremos. Luego de hacer ese análisis y observar las características propias de la gráfica de cada una de las funciones básicas, no se utilizaran tablas para realizar un gráfico.

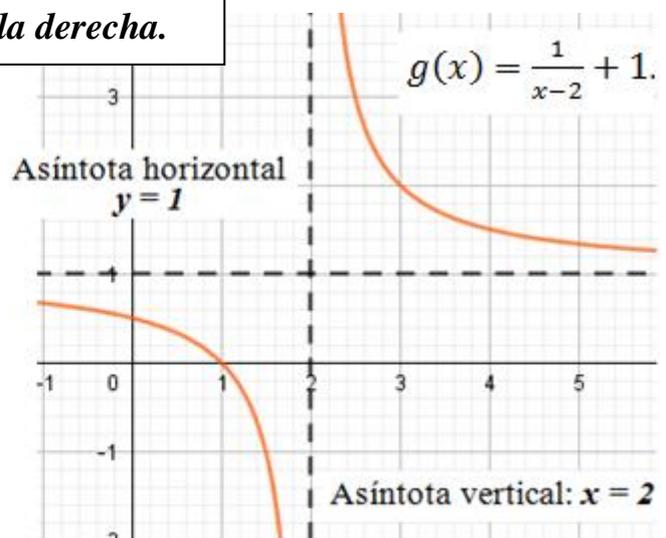
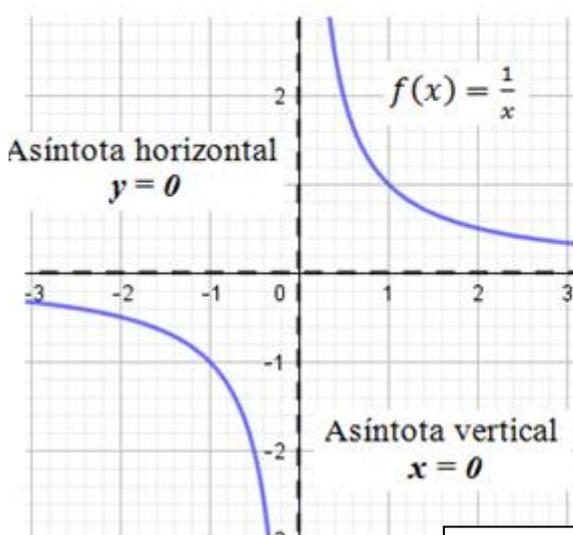
- Transformaciones de $y = \frac{1}{x}$

En esta parte de la sección graficaremos funciones racionales utilizando transformaciones sobre $y = \frac{1}{x}$.

Ejemplo: Graficar $g(x) = \frac{1}{x-2} + 1$.

En primer lugar determinamos la función base, en este caso $f(x) = \frac{1}{x}$, la gráfica de la función g se obtiene desplazando la gráfica de f , 2 unidades hacia la derecha y 3 unidades hacia arriba.

Sugerencia: desplazar sólo la *asíntota horizontal* de ecuación, $y = 0$, 1 unidad hacia arriba y la *asíntota vertical* de ecuación, $x = 0$, 2 unidades hacia la derecha.



Dominio de g = $\{x \in \mathbf{R} / x \neq 2\} = \mathbf{R} - \{2\}$
Rango de g = $\{y \in \mathbf{R} / y \neq 1\} = \mathbf{R} - \{1\}$

Lee el *ejemplo 2*, prestando atención al trabajo algebraico realizado antes de analizar las transformaciones realizadas.

- Gráfica de la función $f(x) = \frac{1}{x^2}$ (no se encuentra en el texto)

Su dominio es $\text{Dominio de } f = \{x \in \mathbf{R} / x \neq 0\} = \mathbf{R} - \{0\}$. A simple vista se puede observar que es una función par, su gráfico es simétrico respecto al *eje* y , así que primero realizamos el gráfico para los reales positivos. Su comportamiento para esa parte del dominio es similar a $y = \frac{1}{x}$ Figura 2, y a la gráfica la reflejamos respecto al *eje* y , por ser una función par, obtenemos la gráfica de la Figura 3.

Su rango es $\text{Rango de } f = \{y \in \mathbf{R} / y > 0\} = \mathbf{R}^+$

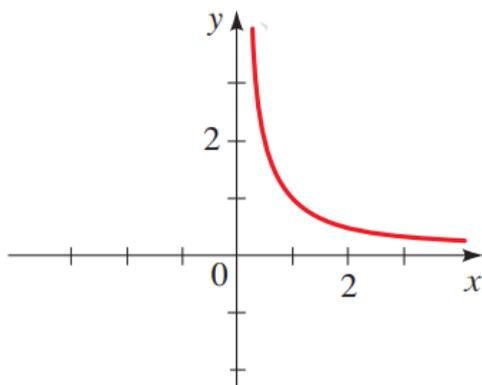


Figura 2

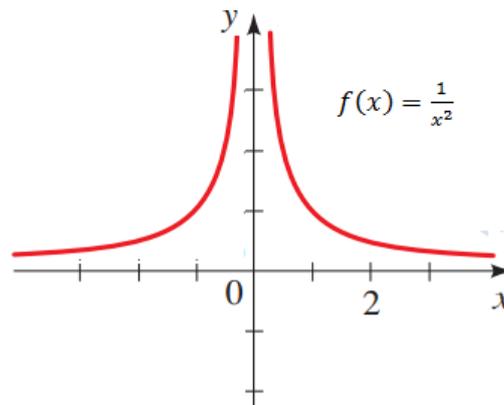


Figura 3

Ésta gráfica, como la anterior, contiene:

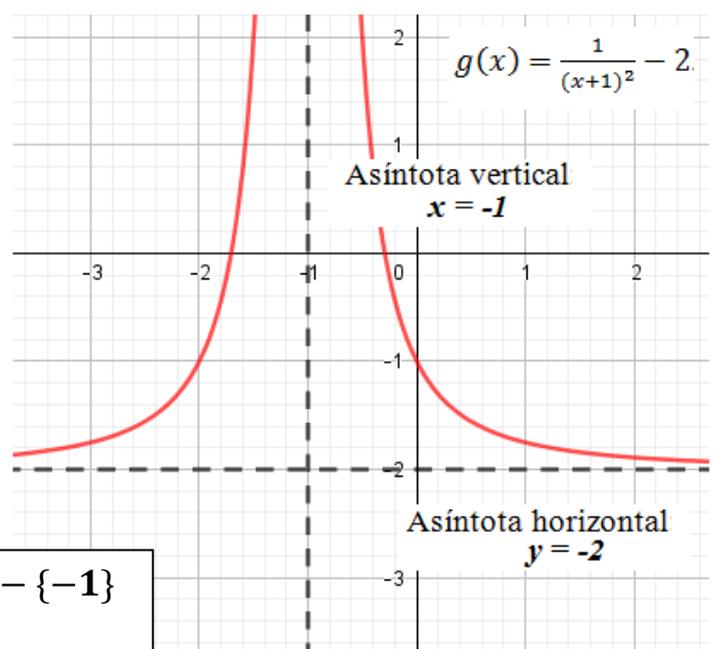
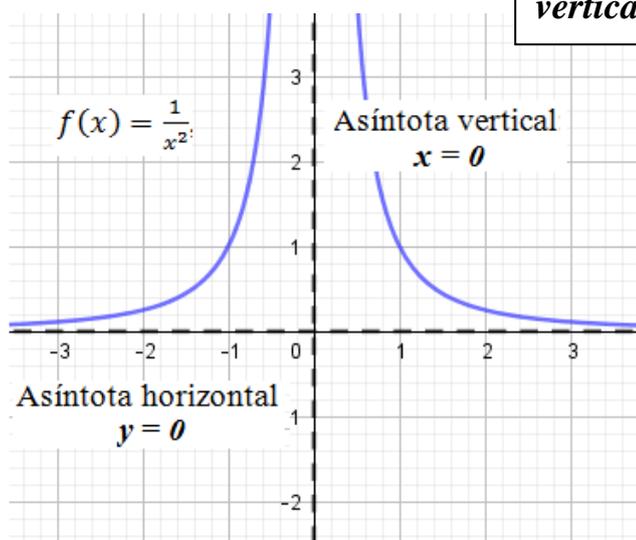
una asíntota horizontal de ecuación, $y = 0$, y una asíntota vertical de ecuación, $x = 0$.

Sólo trabajaremos éstas funciones racionales y las que se obtienen por las transformaciones aplicadas a ella.

Ejemplo: Graficar $g(x) = \frac{1}{(x+1)^2} - 2$.

En primer lugar determinamos la función base, en este caso $f(x) = \frac{1}{x^2}$, la gráfica de la función g se obtiene *desplazando* la gráfica de f , **1 unidad hacia la izquierda** y **2 unidades hacia abajo**.

Sugerencia: desplazar la *asíntota horizontal* de ecuación, $y = 0$, **2 unidades hacia abajo** y la *asíntota vertical* de ecuación, $x = 0$, **1 unidades hacia la izquierda**.



Dominio de g = $\{x \in \mathbf{R} / x \neq -1\} = \mathbf{R} - \{-1\}$
Rango de g = $\{y \in \mathbf{R} / y > -2\}$

En la **Sección 4.1** se presentan las funciones exponenciales. Lee la sección y con cuidado las definición del cuadro de la página 302 y el *ejemplo 1*.

- Gráficas de funciones exponenciales.

Lee con atención el *ejemplo 2*, en él se realiza el gráfico de dos funciones exponenciales. Realiza el ejercicio 15 sugerido, analiza la Figura 2 de la página 304 y lee y analiza el cuadro de definición de funciones exponenciales del cuadro de la misma página. Observa su dominio, rango y asíntota horizontal. En el *ejemplo 4* se presentan las transformaciones de funciones exponenciales, analiza su solución.

Lee la **Sección 4.2**, en ella se presenta un caso muy importante de función exponencial, la función exponencial natural. En el *ejemplo 2* se presentan transformaciones de la función exponencial, recordar no trabajaremos con tablas, hay que recordar las características de las

mismas, la función como base y luego transformar. Realiza los ejercicios de 7 a 14. Analiza el ejemplo 3, una aplicación de la exponencial para obtener un modelo matemático.

- Gráficas de funciones logarítmicas.

Conociendo el gráfico de la función exponencial y el considerar a la función logarítmica como su inversa, analiza la figura 2, página 317. Observar el dominio, el rango y la asíntota de estas funciones. Vas a tener en cuenta sólo ubicar dos puntos $(1, f(1))$ y $(a, f(a))$ siendo a , base del logaritmo. En el *ejemplo 4*, sólo los puntos indicados en la figura 4 y el conocimiento de la forma de la gráfica de las exponenciales es suficiente.

x	$\log_2 x$
2	1
1	0

base 2

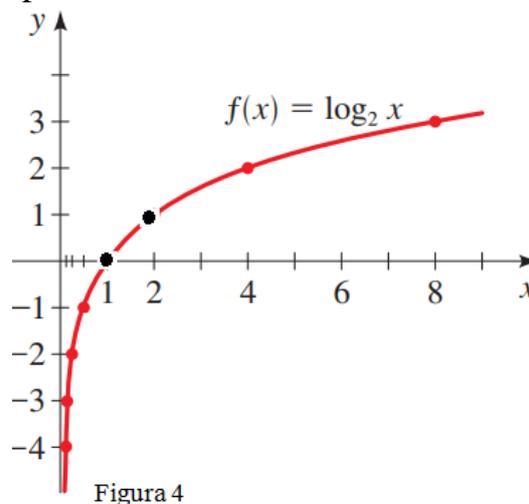


Figura 4

En el *ejemplo 5* y *ejemplo 6* se presentan las transformaciones de funciones logarítmicas, analiza su solución.

- Logaritmos naturales.

Lee la definición, analiza la gráfica de la figura 9 de la página 320.

En la **Sección 5.3**, se presentarán las gráficas de las funciones trigonométricas. Si no has visto trigonometría. Repasa la **Sección 5.2**.

- Gráficas de las funciones seno y coseno.

Lee detenidamente la definición de función periódica y la construcción de las gráficas de las funciones $y = \text{sen } t$ y $y = \text{cos } t$ (pág. 388).

- Gráficas de transformaciones de las funciones seno y coseno.

Las transformaciones de las funciones se presentan en los siguientes ejemplos.

En el *ejemplo 1* traslación y reflexión. Se define amplitud de las gráficas, ver figura 5 y figura 6. Analizar la solución del ejemplo 2. Lee la definición de período (pág. 390). Analiza la solución del *ejemplo 3*. Lee la definición de desfase (pág. 391). Analiza la solución del *ejemplo 4* y *ejemplo 5*.