

Cálculo en una Variable

Bioingeniería

Licenciatura en Bioinformática

Ingeniería en Transporte

Profesora Titular: Lic. Liliana Taborda





Facultad de Ingeniería

Cálculo en una Variable

Bioingeniería

Licenciatura en Bioinformática

Ingeniería en Transporte

Tema: Funciones

Operaciones entre funciones

ÁLGEBRA DE FUNCIONES

Sean f y g funciones con dominios A y B . Entonces las funciones $f + g$, $f - g$, fg y f/g están definidas como sigue.

$$(f + g)(x) = f(x) + g(x) \quad \text{Dominio } A \cap B$$

$$(f - g)(x) = f(x) - g(x) \quad \text{Dominio } A \cap B$$

$$(fg)(x) = f(x)g(x) \quad \text{Dominio } A \cap B$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} \quad \text{Dominio } \{x \in A \cap B \mid g(x) \neq 0\}$$

Composición funciones

COMPOSICIÓN DE FUNCIONES

Dadas dos funciones f y g , la **función compuesta** $f \circ g$ (también llamada **composición** de f y g) está definida por

$$(f \circ g)(x) = f(g(x))$$

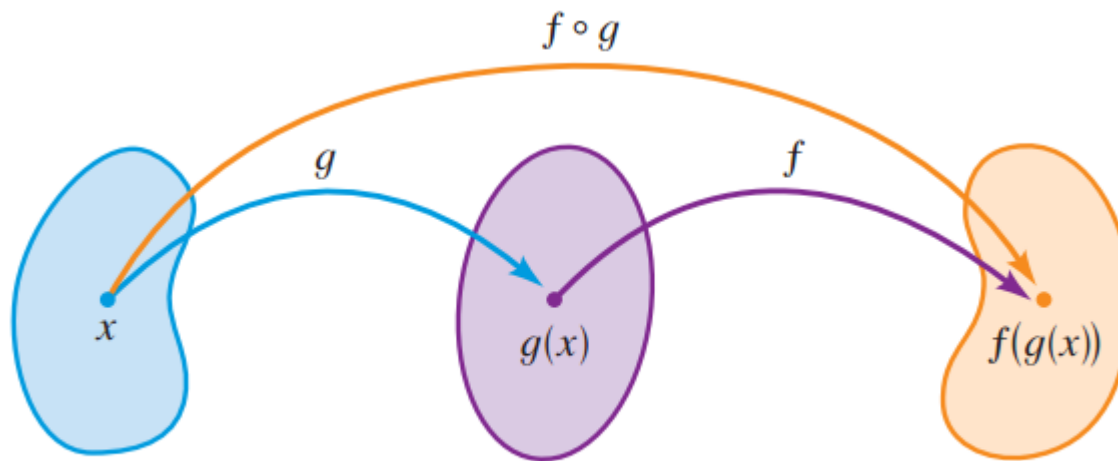
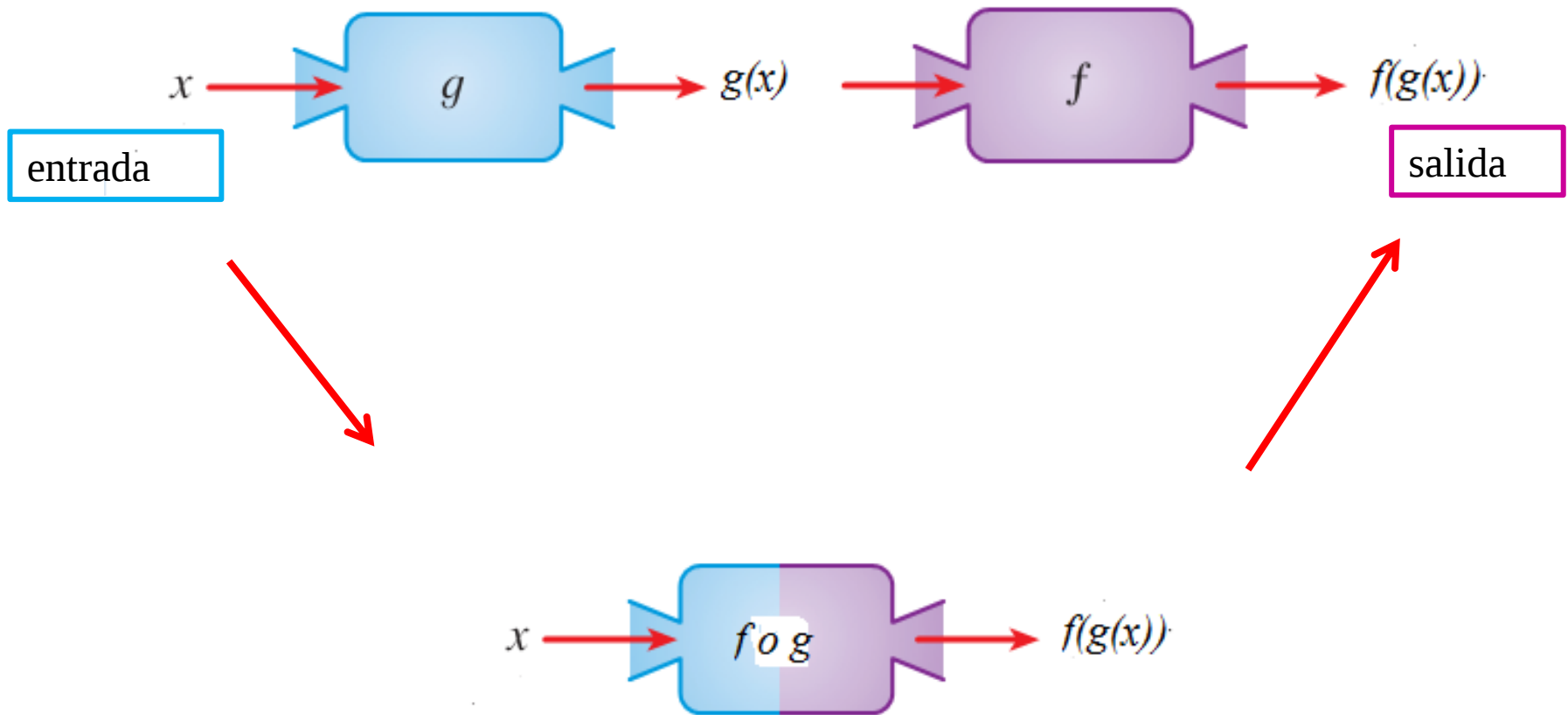


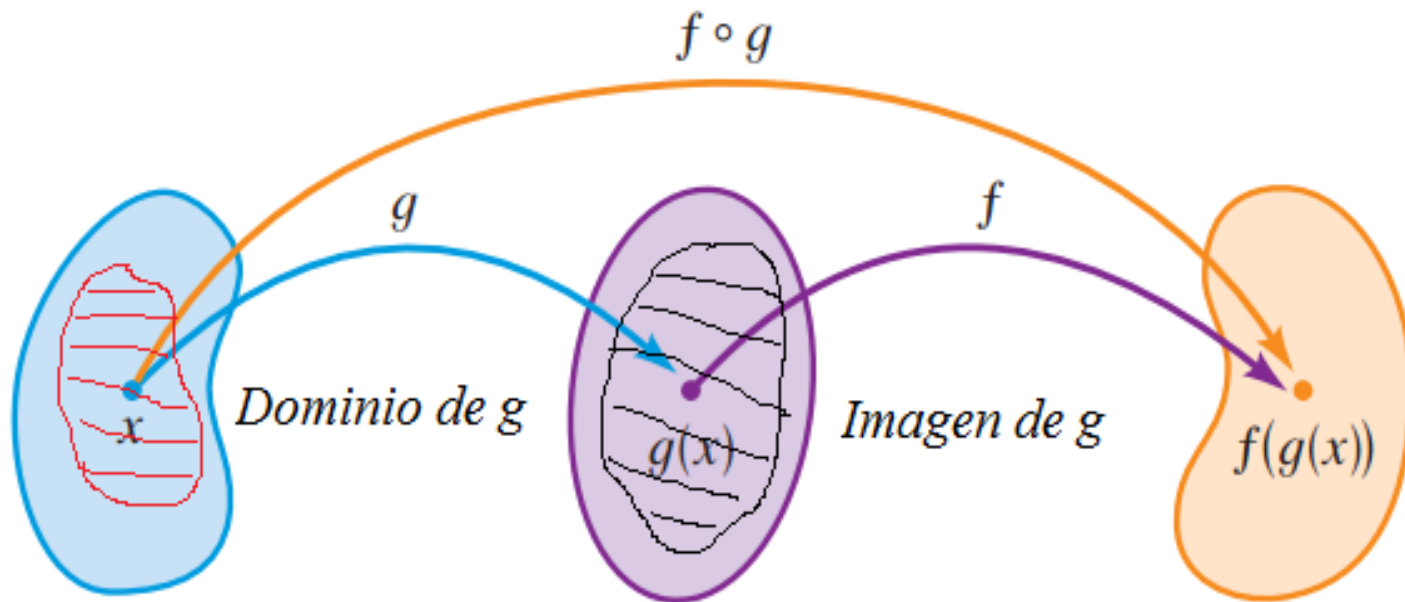
Diagrama de flechas para $f \circ g$

Composición funciones



Composición funciones

El **dominio** de $f \circ g$ es el conjunto de todas las x en el dominio de g tales que $g(x)$ está en el dominio de f .

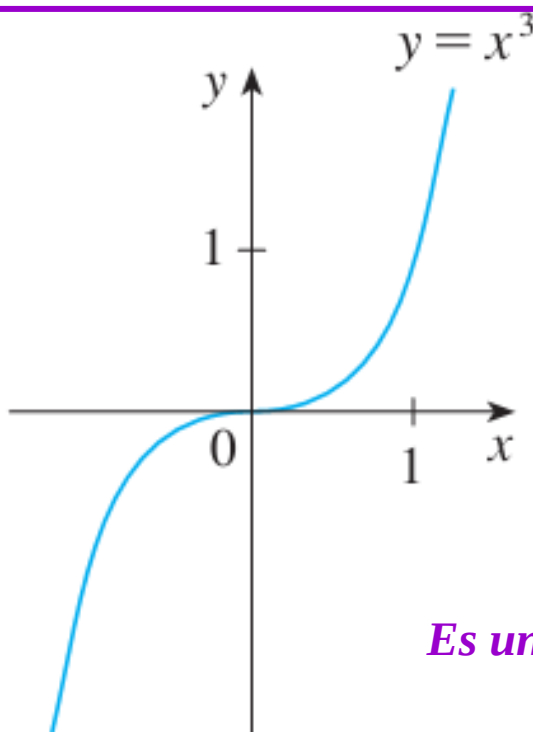


Funciones uno a uno

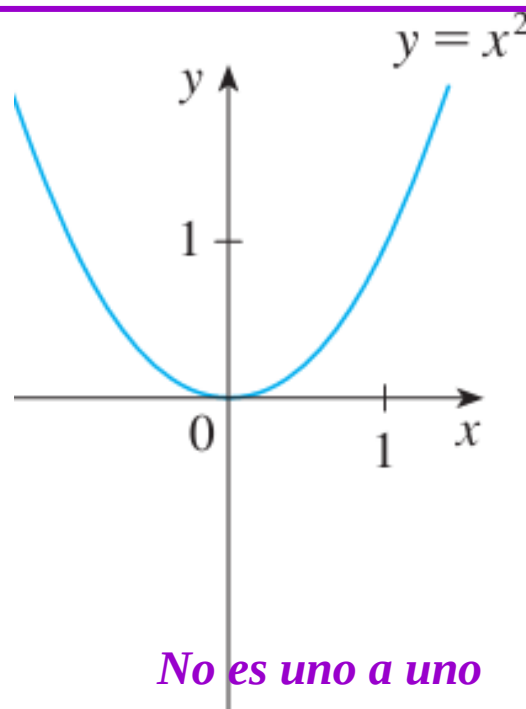
Definición

Una función f se llama **uno a uno** si nunca toma el mismo valor dos veces, es decir,

$$f(x_1) \neq f(x_2) \text{ siempre que } x_1 \neq x_2$$



Es uno a uno



No es uno a uno

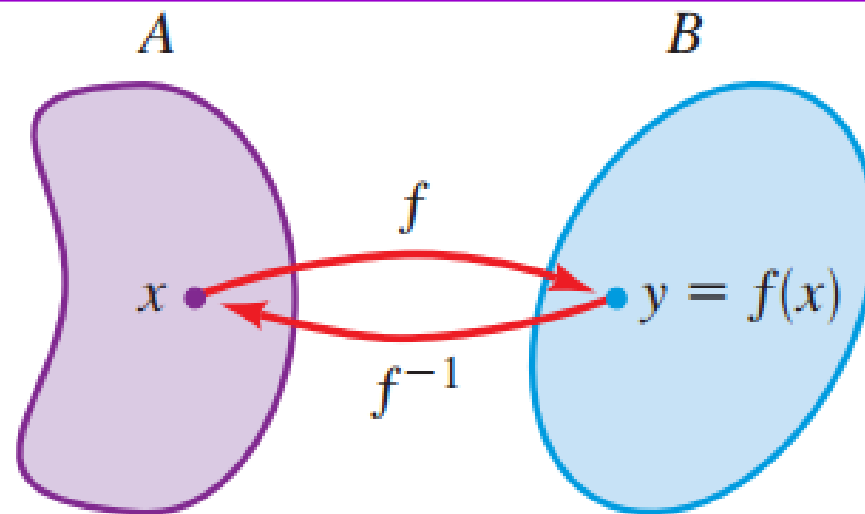
Funciones inversas

DEFINICIÓN DE LA INVERSA DE UNA FUNCIÓN

Sea f una función uno a uno con dominio A y rango B . Entonces su **función inversa** f^{-1} tiene dominio B y rango A y está definida por

$$f^{-1}(y) = x \quad \Leftrightarrow \quad f(x) = y$$

para cualquier y en B .



Funciones inversas

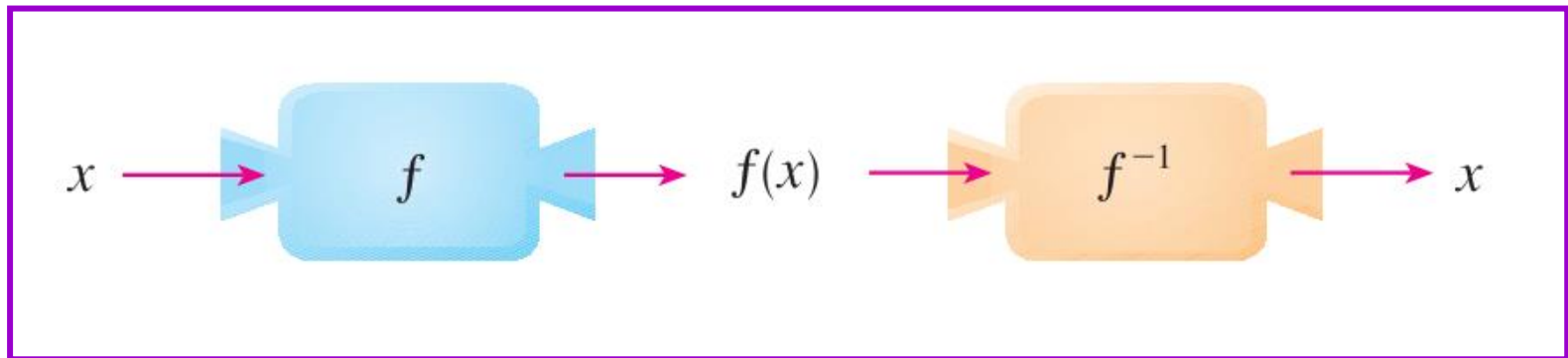
PROPIEDAD DE LA FUNCIÓN INVERSA

Sea f una función uno a uno con dominio A y rango B . La función inversa f^{-1} satisface las siguientes propiedades de cancelación:

$$f^{-1}(f(x)) = x \quad \text{para toda } x \text{ en } A$$

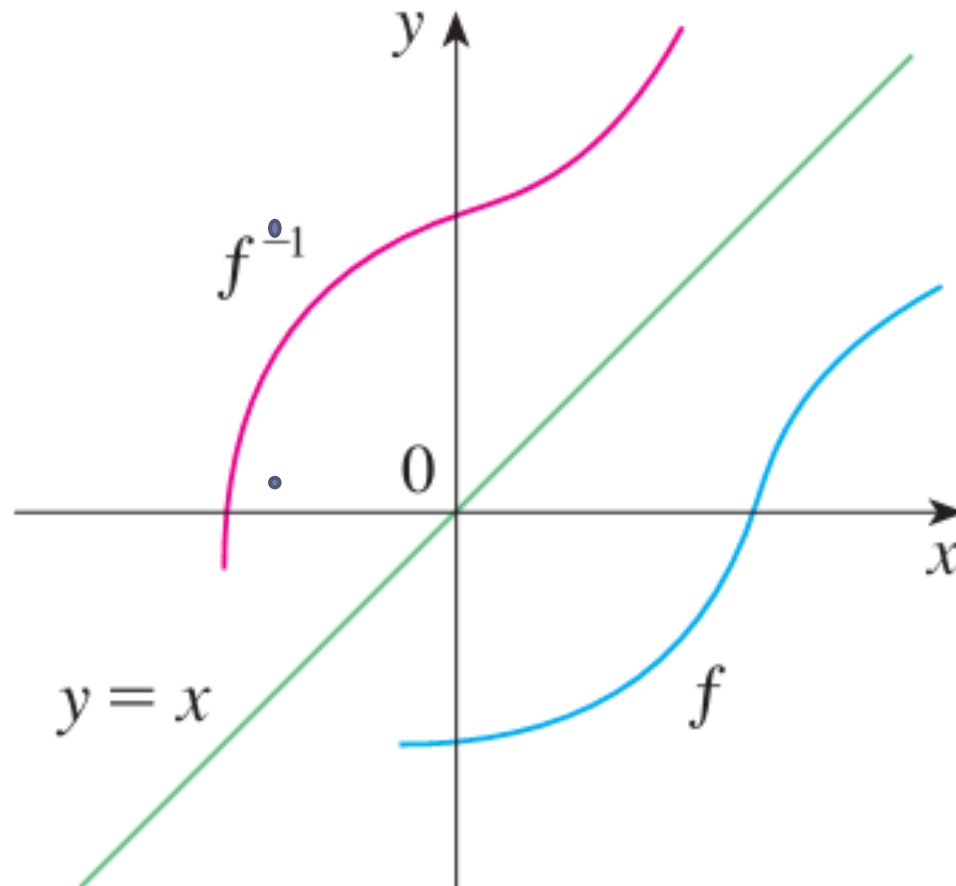
$$f(f^{-1}(x)) = x \quad \text{para toda } x \text{ en } B$$

Recíprocamente, cualquier función f^{-1} que satisfaga estas ecuaciones es la inversa de f .



Gráfica de la Función inversa

La gráfica de f^{-1} se obtiene reflejando la gráfica de f sobre la recta $y = x$.



Funciones racionales

- Una función racional f es un cociente de dos funciones polinomiales

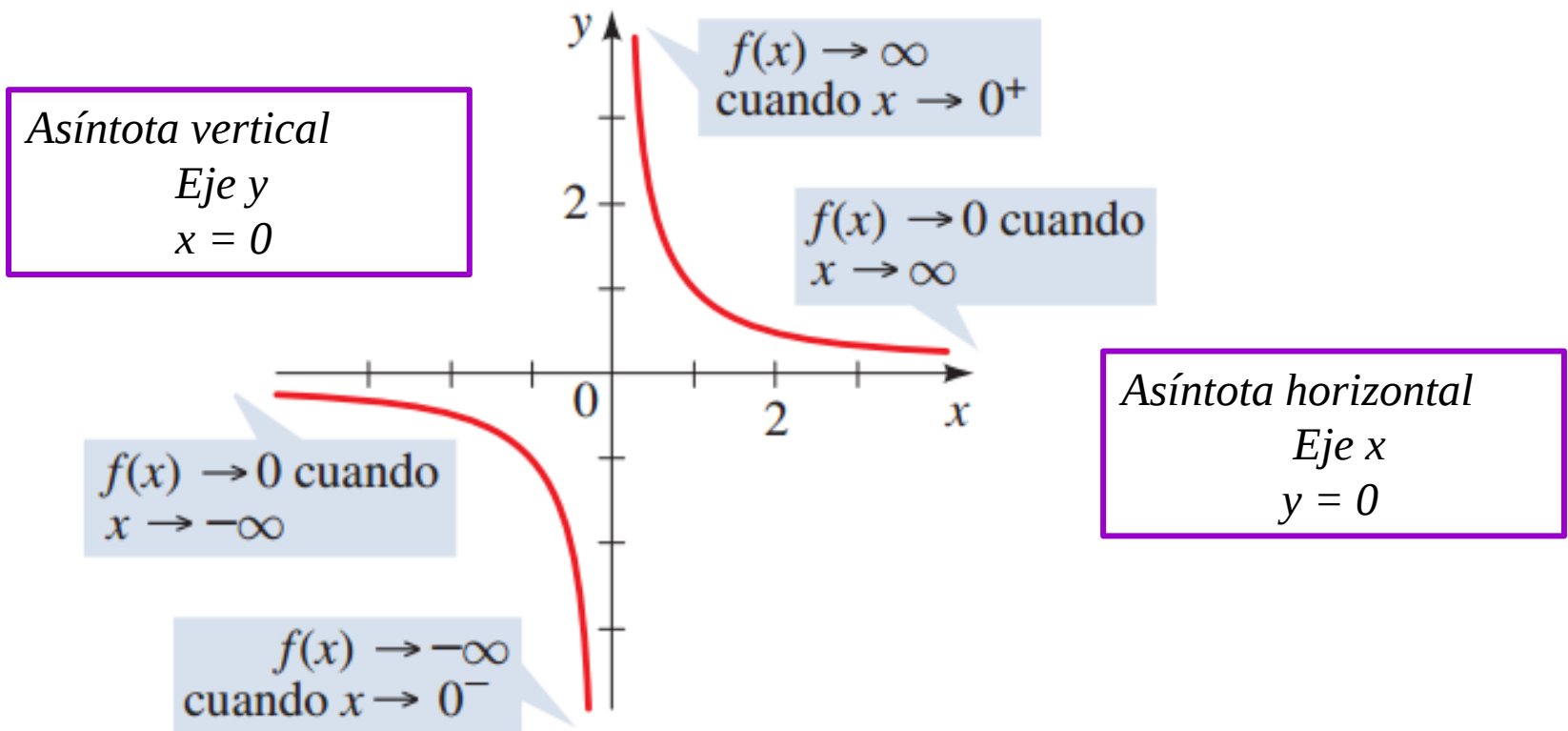
$$f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$$

Funciones racionales que vamos a trabajar

- $f(x) = \frac{1}{x}$
- $f(x) = \frac{1}{x^2}$

Funciones racionales

$$\text{Función } f(x) = \frac{1}{x}$$

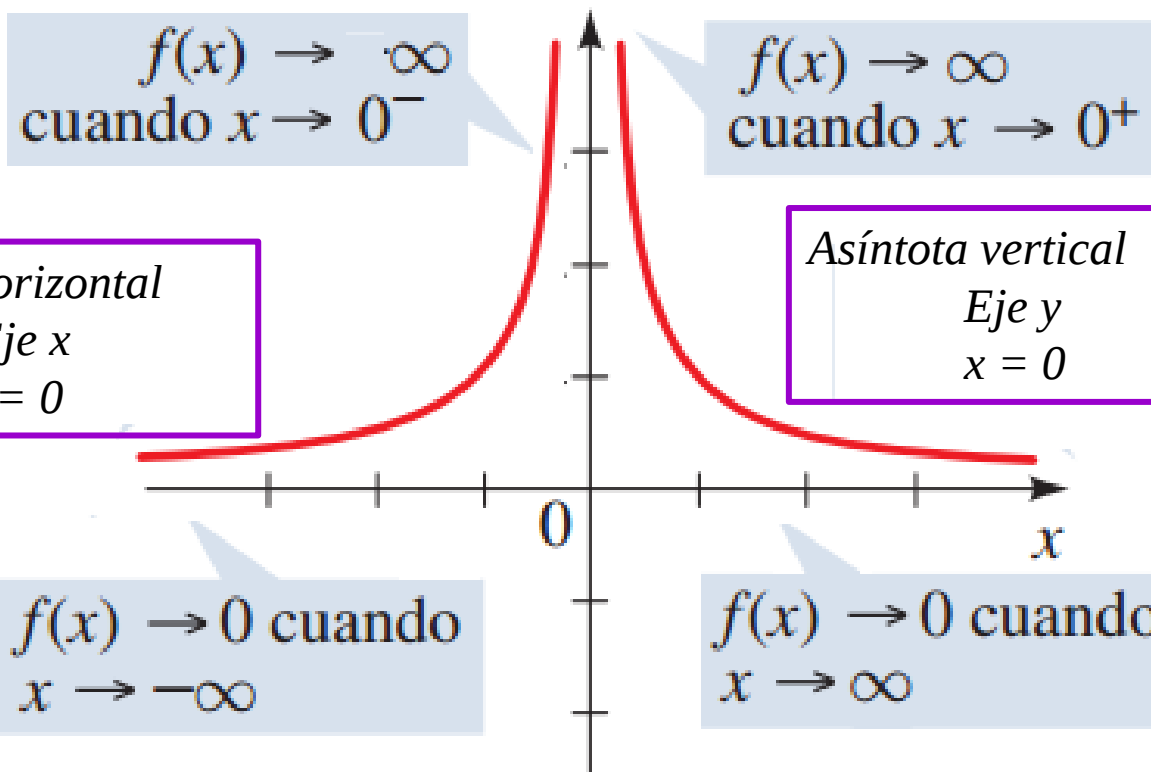


$$\text{Dom}f = \mathbb{R}_{-\{0\}}$$

$$\text{Im}f = \mathbb{R}_{-\{0\}}$$

Funciones racionales

$$\text{Función } f(x) = \frac{1}{x^2}$$



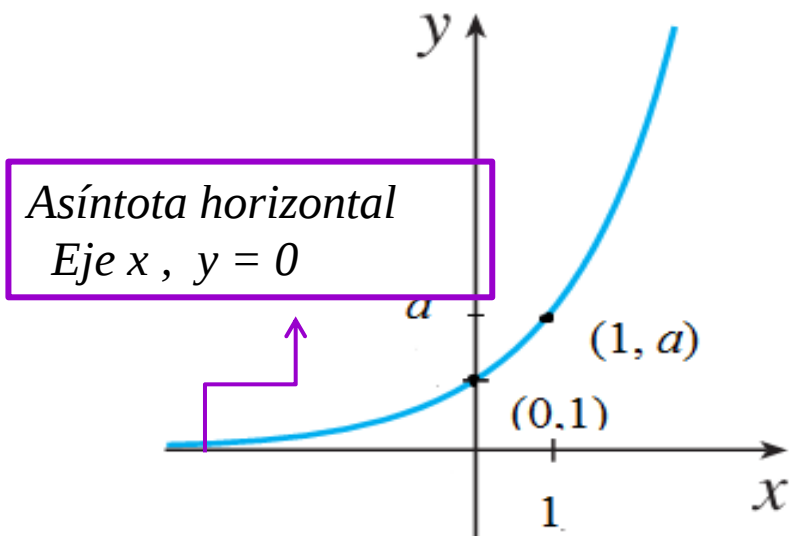
$$\text{Dom}f = \mathbb{R}_{-\{0\}}$$

$$\text{Im}f = \mathbb{R}^+$$

Funciones exponenciales

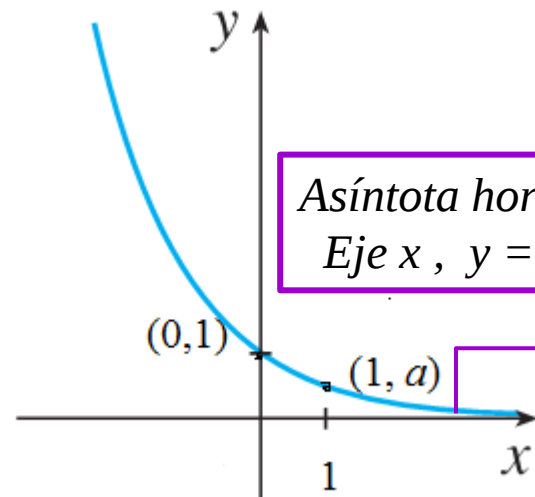
$$f(x) = a^x, \text{ con } a > 0, a \neq 1$$

$$a > 1$$



$$\text{Dom}f = \mathbb{R}$$
$$\text{Im}f = \mathbb{R}^+$$

$$0 < a < 1$$



$$\text{Dom}f = \mathbb{R}$$
$$\text{Im}f = \mathbb{R}^+$$

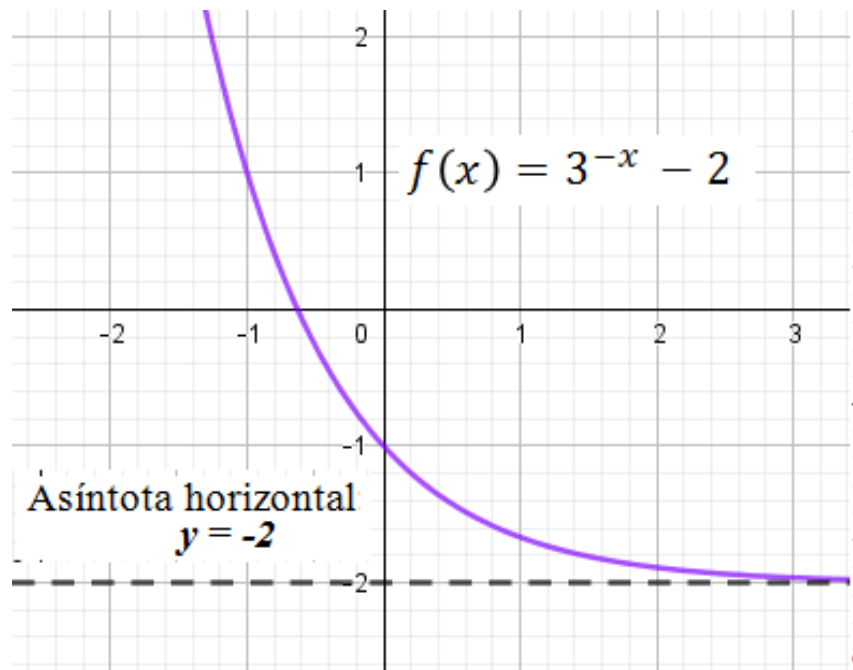
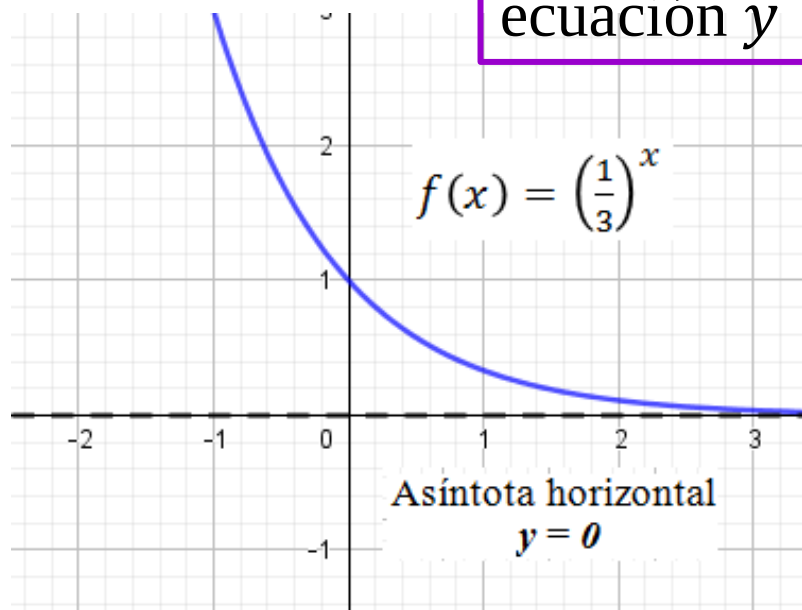
Funciones Exponenciales

Ejemplo

Graficar : $g(x) = 3^{-x} - 2 = \left(\frac{1}{3}\right)^x - 2$

Para graficar g , considero la gráfica de la función $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$.

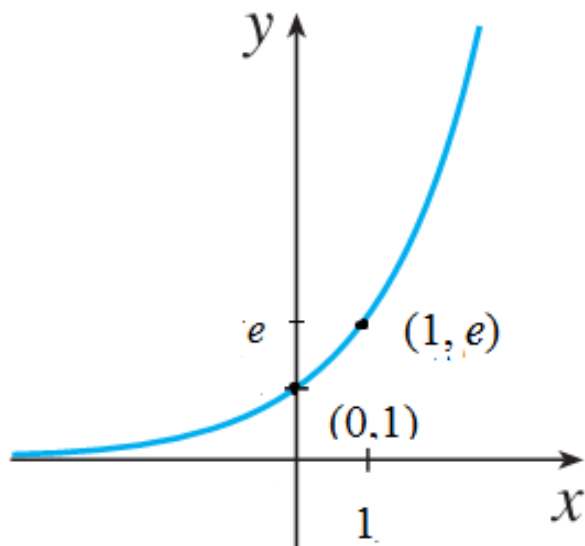
Desplazo la **asíntota horizontal** de f , de ecuación $y = 0$, 2 unidades hacia abajo.



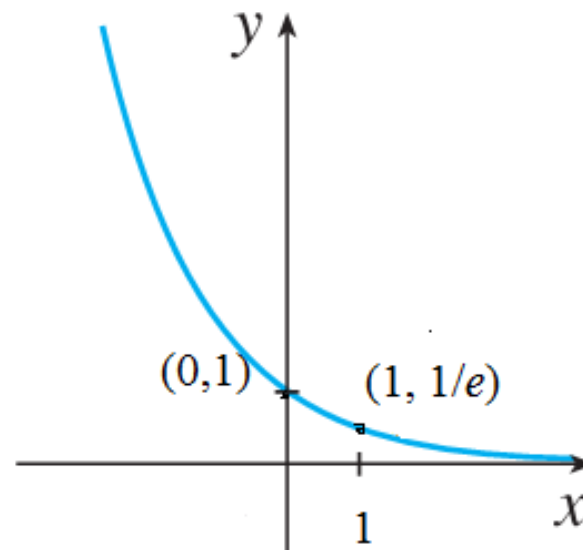
Funciones exponenciales

Función *exponencial natural*

$$f(x) = e^x$$



$$f(x) = e^{-x}$$



Funciones

Continuará.....

Bibliografía

- ✓ STEWART, James, (2012): “*Precálculo - Matemáticas para el cálculo*” – Sexta edición