

Guía Práctica Nro 2: Funciones (Parte II)

Respuestas

Ejercicio 1:

	f	g	$f + g$	$f - g$	$f \cdot g$	f / g
5	$x - 3$	x^2	$x^2 + x - 3$	$-x^2 + x - 3$	$x^3 - 3x^2$	$\frac{x - 3}{x^2}$
Dominio	$\mathbf{R}$	$\mathbf{R}$	$\mathbf{R}$	$\mathbf{R}$	$\mathbf{R}$	$\mathbf{R} - \{0\}$
7	$\sqrt{4 - x^2}$	$\sqrt{1 + x}$	$\sqrt{4 - x^2} + \sqrt{1 + x}$	$\sqrt{4 - x^2} - \sqrt{1 + x}$	$\sqrt{4 + 4x - x^2 - x^3}$	$\sqrt{\frac{4 - x^2}{1 + x}}$
Dominio	$[-2; 2]$	$[-1; +\infty)$	$[-1; 2]$	$[-1; 2]$	$(-\infty; -2] \cup [-1; 2]$	$(-\infty; -2] \cup (-1; 2]$
10	$\frac{2}{x + 1}$	$\frac{x}{x + 1}$	$\frac{2 + x}{x + 1}$	$\frac{2 - x}{x + 1}$	$\frac{2x}{(x + 1)^2}$	$\frac{2}{x}$
Dominio	$\mathbf{R} - \{-1\}$	$\mathbf{R} - \{-1\}$	$\mathbf{R} - \{-1\}$	$\mathbf{R} - \{-1\}$	$\mathbf{R} - \{-1\}$	$\mathbf{R} - \{-1, 0\}$

Ejercicio 2: $f(g(1)) = 5$

$f(f(1)) = 4$

$(g \circ f)(3) = 1$

Ejercicio 3: 27- $f(g(2)) = 4$

28- $g(f(0)) = 3$

29- $(g \circ f)(4) = 5$

30- $(f \circ g)(0) = 0$

31- $(g \circ g)(-2) = 4$

32- $(f \circ f)(4) = -2$

36- $f(x) = x^3 + 2$; $g(x) = \sqrt[3]{x}$

$(f \circ g)(x) = x + 2$ Dom: $\mathbf{R}$

$(g \circ f)(x) = \sqrt[3]{x^3 + 2}$ Dom: $\mathbf{R}$

$(f \circ f)(x) = (x^3 + 2)^3 + 2$ Dom: $\mathbf{R}$

$(g \circ g)(x) = \sqrt[9]{x}$ Dom: $\mathbf{R}$

41- $f(x) = \frac{x}{x+1}$; $g(x) = 2x - 1$

$(f \circ g)(x) = \frac{2x - 1}{2x} = 1 - \frac{1}{2x}$ Dom: $\mathbf{R} - \{-1, 0\}$

$(g \circ f)(x) = \frac{2x}{x + 1} - 1 = \frac{x - 1}{x + 1}$ Dom: $\mathbf{R} - \{-1\}$

$(f \circ f)(x) = \frac{x}{2x + 1}$; Dom: $\mathbf{R} - \left\{-1, -\frac{1}{2}\right\}$

$(g \circ g)(x) = 4x - 3$ Dom: $\mathbf{R}$

46- $(f \circ g \circ h)(x) = \frac{1}{(x^2 + 2)^3}$

51- $f(x) = \frac{x}{x+4}$; $g(x) = x^2$ entonces $G(x) = f(g(x))$

Ejercicio 4: 5- No es uno a uno

8- No es uno a uno 12- Si es uno a uno 14- No es uno a uno 18- Si es uno a uno en $[0; 2]$

$$27- (f \circ g)(x) = x \quad 28- (f \circ g)(x) = x \quad 43- f^{-1}(x) = \frac{1}{x} - 2$$

82- $V^{-1} = 40 \left(1 - \frac{\sqrt{v}}{10}\right)$ esto representa el tiempo que ha transcurrido en función del volumen que queda en el tacho. $V^{-1}(15) \cong 38,45$, significa que cuando queden 15 galones, el tiempo transcurrido habrá sido de 38,45 minutos aproximadamente.

Ejercicio 5: 2- Largo = x y Ancho = $x + 10$ entonces $A = x^2 + 10x$

3- Ancho = w , Profundo = w (por tener base cuadrada) y Altura = $\frac{w}{2}$

(la mitad del ancho según el problema) $V = \frac{w^3}{2}$

12- En el triángulo rectángulo formado $\tan(\theta) = \frac{12}{L+D} = \frac{5}{L}$; entonces $L = \frac{5}{7}D$

$$13-D = \sqrt{(15t)^2 + (20t)^2}$$

Ejercicio 7: $f(x) = x^2 + 3x^{-1} = \frac{x^3+3}{x}$ es una función racional

Ejercicio 8 y Ejercicio 9: Sección 3.7 página 279 definición de asíntota horizontal y vertical.

Ejercicio 10:

	Intersección eje x	Intersección eje y	Asíntota Vertical	Asíntota Horizontal
17	(3,0)	(0,3)	$x = 2$	$y = 2$
18	(0,0)	(0,0)	$x = -1$ y $x = 2$	$y = 0$
19	(-1,0) y (1,0)	aprox. (0; 0,25)	$x = -2$ y $x = 2$	$y = 1$
20	(-1,0) y (1,0)	(0, -6)	No Tiene	$y = 2$

Ejercicio 11:

a) Respecto a la función $f(x) = \frac{1}{x-3}$

I. Dominio = $\{x \in \mathbf{R} / x \neq 3\}$.

II. Asíntota horizontal: $y = 0$, Asíntota vertical: $x = 3$

III. Intersección con el eje x : no posee. Intersección con el eje y : en el punto $(0, -\frac{1}{3})$.

IV. $f(-3) = -\frac{1}{6}$ $f(\pi) \cong 7,15$ $f(\sqrt{2}) \cong -0,63$.

V. $f(x)$ se obtiene al desplazar horizontalmente la función base $y = \frac{1}{x}$ 3 unidades a la derecha.

VI. La gráfica puede verificarse utilizando diferentes aplicaciones de gráfica de funciones (ej: Geogebra).

VII. Intervalo de positividad: $(3, \infty)$. Intervalo de negatividad: $(-\infty, 3)$.

VIII. La función es estrictamente decreciente (decrece en todo su dominio).

IX. Imagen = $\{y \in \mathbf{R} / y \neq 0\}$.

b) Respecto a la función $f(z) = \frac{2}{(z+2)^2}$

I. Dominio = $\{z \in \mathbf{R} / z \neq -2\}$.

II. Asíntota horizontal: $y = 0$, Asíntota vertical: $z = -2$

III. Intersección con el eje z : no posee. Intersección con el eje y : en el punto $(0, \frac{1}{2})$.

IV. $f(-3) = 2$ $f(\pi) \cong 0,04$ $f(\sqrt{2}) \cong 0,085$.

V. $f(z)$ se obtiene al desplazar horizontalmente la función base $y = \frac{1}{z^2}$ 2 unidades hacia la izquierda y finalmente alargarla verticalmente en un factor de 2.

VI. La gráfica puede verificarse utilizando diferentes aplicaciones de gráfica de funciones (ej: Geogebra).

VII. La función es positiva en todo su dominio.

- VIII. La función es creciente en $(-\infty, -2)$ y decreciente en $(-2, \infty)$.
- IX. $\text{Imagen} = \{y \in \mathbf{R} / y > 0\}$.
- c) Respecto a la función $h(t) = \frac{-2}{t-2}$
- I. $\text{Dominio} = \{t \in \mathbf{R} / t \neq 2\}$.
 - II. $\text{Asíntota horizontal: } y = 0, \text{ Asíntota vertical: } t = 2$
 - III. Intersección con el eje t : no posee. Intersección con el eje y : en el punto $(0,1)$.
 - IV. $h(-3) = \frac{2}{5} \quad h(\pi) \cong -1,75 \quad h(\sqrt{2}) \cong 3,45$.
 - V. $h(t)$ se obtiene al desplazar horizontalmente la función base $y = \frac{1}{t}$, 2 unidades hacia la derecha, luego alargarla verticalmente en un factor de 2 y finalmente reflejarla con respecto al eje t .
 - VI. La gráfica puede verificarse utilizando diferentes aplicaciones de gráfica de funciones (ej: Geogebra).
 - VII. Intervalo de positividad: $(-\infty, 2)$. Intervalo de negatividad: $(2, \infty)$.
 - VIII. La función es estrictamente creciente (crece en todo su dominio).
 - IX. $\text{Imagen} = \{y \in \mathbf{R} / y \neq 0\}$.
- d) Respecto a la función $g(x) = \frac{18}{(x+3)^2} + 1$
- I. $\text{Dominio} = \{x \in \mathbf{R} / x \neq -3\}$.
 - II. $\text{Asíntota horizontal: } y = 1, \text{ Asíntota vertical: } x = -3$
 - III. Intersección con el eje x : no posee. Intersección con el eje y : en el punto $(0,3)$.
 - IV. $g(-3) = \nexists \quad g(\pi) \cong 1,5 \quad g(\sqrt{2}) \cong 1,92$
 - V. $g(x)$ se obtiene al desplazar horizontalmente la función base $y = \frac{1}{x^2}$ 3 unidades hacia la izquierda, luego alargarla verticalmente en un factor de 18 y finalmente desplazarla verticalmente 1 unidad hacia arriba.
 - VI. La gráfica puede verificarse utilizando diferentes aplicaciones de gráfica de funciones (ej: Geogebra).
 - VII. La función es positiva en todo su dominio.
 - VIII. La función es creciente en $(-\infty, -3)$ y decreciente en $(-3, \infty)$.
 - IX. $\text{Imagen} = \{y \in \mathbf{R} / y > 1\}$.
- e) Respecto a la función $p(\omega) = -\omega^{-1} + 2 = -\frac{1}{\omega} + 2$
- I. $\text{Dominio} = \{\omega \in \mathbf{R} / \omega \neq 0\}$.
 - II. $\text{Asíntota horizontal: } y = 2, \text{ Asíntota vertical: } \omega = 0$
 - III. Intersección con el eje ω en el punto $(\frac{1}{2}, 0)$. Intersección con el eje y : no posee.
 - IV. $p(-3) = \frac{7}{3} \quad p(\pi) \cong 1,7 \quad p(\sqrt{2}) \cong 1,3$
 - V. $p(\omega)$ se obtiene al reflejar con respecto al eje ω la función base $y = \frac{1}{\omega}$ y luego desplazarla verticalmente 2 unidades hacia arriba.
 - VI. La gráfica puede verificarse utilizando diferentes aplicaciones de gráfica de funciones (ej: Geogebra).
 - VII. Intervalos de positividad: $(-\infty, 0) \cup (\frac{1}{2}, \infty)$. Intervalo de negatividad: $(0, \frac{1}{2})$.
 - VIII. La función es estrictamente creciente (crece en todo su dominio).
 - IX. $\text{Imagen} = \{y \in \mathbf{R} / y \neq 2\}$.
- f) Respecto a la función $f(x) = 1 + x \cdot x^{-3} = 1 + \frac{x}{x^3} = 1 + \frac{1}{x^2}$
- I. $\text{Dominio} = \{x \in \mathbf{R} / x \neq 0\}$.
 - II. $\text{Asíntota horizontal: } y = 1, \text{ Asíntota vertical: } x = 0$
 - III. No posee intersección con los ejes coordenados.

- IV. $f(-3) = \frac{10}{9}$ $f(\pi) \cong 1,1$ $f(\sqrt{2}) \cong \frac{3}{2}$
- V. $f(x)$ se obtiene al desplazar verticalmente a la función base $y = \frac{1}{x^2}$, 1 unidad hacia arriba.
- VI. La gráfica puede verificarse utilizando diferentes aplicaciones de gráfica de funciones (ej: Geogebra).
- VII. La función es positiva en todo su dominio.
- VIII. La función es creciente en $(-\infty, 0)$ y decreciente en $(0, \infty)$.
- IX. $\text{Imagen} = \{y \in \mathbf{R} / y > 1\}$.

Ejercicio 14:

- La función que representa la figura 1b) es $f(x) = 3 \cdot (2^x)$
- La función que representa la figura 1c) es $f(x) = 2 \cdot (\frac{2}{3})^x$

Ejercicio 15:

a) $g(x) = e^{x+1} - 2$

Intersección con el eje x aproximadamente en el punto $(-0,3; 0)$, Intersección con el eje y aproximadamente en el punto $(0; 0,71)$. Asíntota horizontal en $y = -2$.

b) $g(x) = e^{-x} + 1$

$g(x)$ es positiva en todo su dominio.

Ejercicio 16:

a) I) Dominio de $f = \mathbf{R}$

II) AH: $y=0$

III) Int Eje x : no tiene, Int Eje y : $P=(0,3)$.

IV) A $y = 3^x$ se la corre un unidad a la izquierda.

V) Verificar con GeoGebra.

VI) Es positiva en todo su dominio.

VII) Es creciente en todo su dominio.

VIII) Imagen de $f=\{y \in \mathbf{R} / y > 0\}$.

b) I) Dominio de $h = \mathbf{R}$

II) AH: $y=1$

III) Int Eje x : no tiene, Int Eje y : $P=(0,2)$

IV) A 5^t se la refleja con respecto al eje “ y ”, luego se la corre una unidad hacia arriba.

V) Verificar con GeoGebra.

VI) Es positiva en todo su dominio.

VII) Es decreciente en todo su dominio.

VIII) Imagen de $f=\{y \in \mathbf{R} / y > 1\}$.

c) I) Dominio de $p = \mathbf{R}$

II) AH: $y=0$

III) Int Eje x : no tiene, Int Eje y : $P=(0,1)$

IV) A $y = 10^w$ se la refleja con respecto al eje “ y ”.

V) Verificar con GeoGebra.

VI) Es positiva en todo su dominio.

VII) Es decreciente en todo su dominio.

VIII) Imagen de $f=\{y \in \mathbf{R} / y > 0\}$.

d) I) Dominio de $f = \mathbf{R}$

II) AH: $y=0$

III) Int Eje x : $P=(-\ln(3), 0)$, Int Eje y : $P=(0, -2)$

IV) A $y = e^x$ se la refleja con respecto al eje “ y ”, luego se la corre 3 unidades hacia abajo

V) Verificar con GeoGebra

VI) Es positiva en: $(-\infty, -\ln(3))$. Es negativa en: $(-\ln(3), \infty)$

VII) Es decreciente en todo su dominio

VIII) Imagen de $f = \{y \in \mathbf{R} / y > -3\}$.

e) I) Dominio de $g = \mathbf{R}$

II) AH: $y=1$

III) Int Eje x: $P=(\ln(2), 0)$, Int Eje y: $P=(0, 1/2)$

IV) A $y = e^x$ se la comprime verticalmente a la mitad, se refleja con respecto al eje “x”, por últimos se la corre 1 unidades hacia arriba

V) Verificar con GeoGebra

VI) Es positiva en: $(-\infty, \ln(2))$. Es negativa en: $(\ln(2), \infty)$

VII) Es decreciente en todo su dominio

VIII) Imagen de $f = \{y \in \mathbf{R} / y < 1\}$.

f) I) Dominio de $g = \mathbf{R}$

II) No tiene asíntotas

III) Int Eje x: no tiene, Int Eje y: $P=(0, 1)$

IV) Esta función se la trata como una función por partes $e^{|x|} = \begin{cases} e^x, & \text{con } x \geq 0 \\ e^{-x} & \text{con } x < 0 \end{cases}$.

V) Verificar con GeoGebra.

VI) Es positiva en: en todo su dominio.

VII) Es decreciente en: $(-\infty, 0)$, es creciente en: $(0, \infty)$.

VIII) Imagen de $f = \{y \in \mathbf{R} / y > 1\}$.

Ejercicio 17:

a) a) $P(0)=100$ peces. b) $P(10)=482$, $P(20)=999$, $P(30)=1168$ peces. c) se aproxima a 1200 peces.

b) A los 12 años aprox la población se encuentra al 50% de la población máxima.

Ejercicio 18:

45) $f(x) = \log_5(x)$. 46) $f(x) = \log_2(x)$

Ejercicio 20:

a) La edad del objeto es de unos 2601.7 años

b) Dominio de $f = \mathbf{R}$, Dominio del modelo $= [0, 1]$, Imagen de $f = (-\infty, \infty)$, Imagen del modelo $= (0, \infty)$

c) 240 u.m.a

Ejercicio 25:

g) Dominio de $f = \{x \in \mathbf{R} / x \neq -1 \text{ y } x \neq 1\}$.

h) Dominio de $g = \mathbf{R}$.

i) Dominio de $h = \mathbf{R}$.

j) Dominio de $F = \{\omega \in \mathbf{R} / \omega \geq 0\}$ o Dominio de $F = \mathbf{R}_0^+$

k) Dominio de $S = \{x \in \mathbf{R} / x < -1 \text{ o } x > 1\}$ o utilizando notación intervalos Dominio de $S = (-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$

Ejercicio 26:

a) Falsa. b) Verdadera. c) Falsa. d) Falsa. e) Falsa. f) Verdadera. g) Verdadera.

(Este ejercicio está resuelto en e Ejercicios resueltos Guía TP2_Funciones(Parte II))

Nota: el resto de los ejercicios (6, 12, 13, 19, 27 y 28 y los ítems que incluyan “realice la gráfica” no se subirán a la guía de respuestas).

