

Guía de Trabajo Práctico III

Límites

Calculo en una Variable - Cursado 2do Cuatrimestre

Ejercicios:

- Explique con sus propias palabras cuál es el significado de la ecuación: $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 5$.
¿Es posible que se cumpla esta proposición y que aún $f(2) = 3$ sea verdadero? Explique.
- Explique qué significa decir que $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 3$ y $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 7$.
En esta situación, ¿es posible que $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ exista? Explique. ¿Es $x = 1$ una asíntota vertical?
- Explique el significado de cada una de las siguientes proposiciones
 - $\lim_{x \rightarrow -3} f(x) = \infty$.
 - $\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) = -\infty$.
- Para la función h cuya gráfica está dada en la Figura 1a, establezca el valor de cada una de las siguientes cantidades. Si no existe, explique por qué.
 - $\lim_{x \rightarrow -3^-} h(x)$.
 - $\lim_{x \rightarrow -3^+} h(x)$.
 - $\lim_{x \rightarrow -3} h(x)$.
 - $h(-3)$.
 - $\lim_{x \rightarrow 0^-} h(x)$.
 - $\lim_{x \rightarrow 0^+} h(x)$.
 - $\lim_{x \rightarrow 0} h(x)$.
 - $h(0)$.
 - $\lim_{x \rightarrow 2} h(x)$.
 - $h(2)$.
 - $\lim_{x \rightarrow 5^+} h(x)$.
 - $\lim_{x \rightarrow 5^-} h(x)$.
- Para la función g cuya gráfica está dada en la Figura 1b, establezca el valor de cada una de las siguientes cantidades si existe. Si no, explique por qué.
 - $\lim_{t \rightarrow 0^-} g(t)$.
 - $\lim_{t \rightarrow 0^+} g(t)$.
 - $\lim_{t \rightarrow 0} g(t)$.
 - $\lim_{t \rightarrow 2^-} g(t)$.
 - $\lim_{t \rightarrow 2^+} g(t)$.
 - $\lim_{t \rightarrow 2} g(t)$.
 - $g(2)$.
 - $\lim_{t \rightarrow 4} g(t)$.

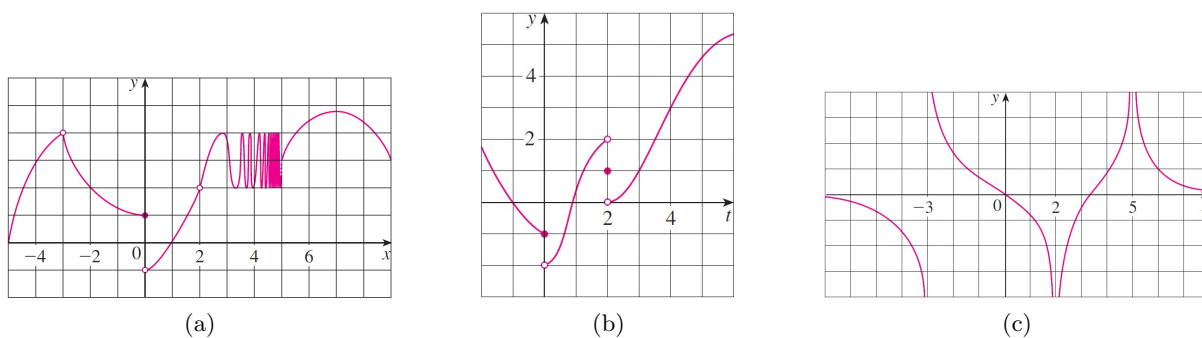


Figura 1

6. Para la función R cuya gráfica se muestra en la Figura 1c, establezca lo siguiente.

- a. $\lim_{x \rightarrow 2} R(x)$. c. $\lim_{x \rightarrow -3^-} R(x)$. e. Las ecuaciones de las
b. $\lim_{x \rightarrow 5} R(x)$. d. $\lim_{x \rightarrow -3^+} R(x)$. asíntotas verticales.

7. Trace la gráfica de cada una de las siguientes funciones y utilícela para determinar los valores de a para los cuales $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ no existe; verifique analíticamente.

a. $f(x) = \begin{cases} 1+x & \text{si } x < -1 \\ x^2 & \text{si } -1 \leq x < 1. \\ 2-x & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$ b. $f(x) = \begin{cases} 1 + \sin x & \text{si } x < 0 \\ \cos x & \text{si } 0 \leq x \leq \pi. \\ \sin x & \text{si } x > \pi \end{cases}$

8. Trace la gráfica de una función f que cumpla con todas las condiciones dadas.

a. $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1 \\ \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = -2 \\ \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = 2 \\ f(0) = -1 \\ f(3) = 1 \end{cases}$ b. $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = 4 \\ \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = 2 \\ \lim_{x \rightarrow -2} f(x) = 2 \\ f(3) = 3 \\ f(-2) = 1 \end{cases}$

9. Determina cada uno de los siguientes límites:

a. $\lim_{x \rightarrow -3^+} \frac{x+2}{x+3}$. b. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2-x}{(x-1)^2}$. c. $\lim_{x \rightarrow 5^-} \frac{e^x}{(x-5)^3}$. d. $\lim_{x \rightarrow 3^+} \ln(x^2 - 9)$.

10. Encuentre las asíntotas verticales de la función: $y = \frac{x^2 + 1}{3x - 2x^2}$.

11. Dado que: $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 4$, $\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = -2$, y $\lim_{x \rightarrow 2} h(x) = 0$, encuentre los límites que existen. Si el límite no existe, explique por qué.

a. $\lim_{x \rightarrow 2} [f(x) + 5g(x)]$. b. $\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{f(x)}$. c. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{g(x)}{h(x)}$. d. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{g(x)h(x)}{f(x)}$.

12. ¿Cuál es el error en la siguiente ecuación?

$$\frac{x^2 + x - 6}{x - 2} = x + 3$$

SUGERENCIA: realizar la gráfica de la función de ambos miembros utilizando software
Teniendo en cuenta lo anterior, explique por qué es correcta la ecuación:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x - 6}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} x + 3$$

13. Las gráficas de f y g están dadas en la Figura 2. Utilícelas para evaluar cada límite si es que existe. Si el límite no existe, explique por qué.

a. $\lim_{x \rightarrow 1} [f(x) + g(x)]$. c. $\lim_{x \rightarrow 2} [x^3 f(x)]$. d. $\lim_{x \rightarrow -1} \sqrt{f(x)}$.
b. $\lim_{x \rightarrow 0} [f(x)g(x)]$.

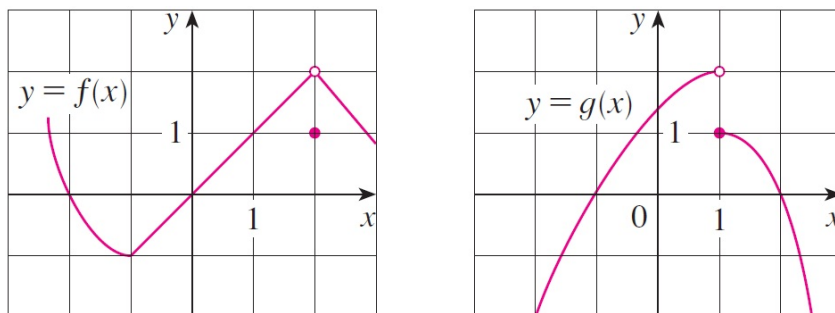


Figura 2

14. Evalúe cada uno de los siguientes límites, si éstos existen.

a. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 6x + 5}{x - 5}.$

c. $\lim_{t \rightarrow 0} \left(\frac{1}{t} - \frac{1}{t^2 + t} \right).$

d. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 - 2 \cos(x)}{x}.$

b. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 4x}{x^2 - 3x - 4}.$

e. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(3x)}{3x}.$

15. Si $4x - 9 \leq f(x) \leq x^2 - 4x + 7$ para $x \geq 0$, encuentre $\lim_{x \rightarrow 4} f(x).$

16. Sea $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & \text{si } x < 1 \\ a(x - 2)^2 & \text{si } x \geq 1 \end{cases},$

a. Determine el valor de a para que el límite exista en $x = 1$.

b. Para $a = 1$:

I. Encuentre el $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ y $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x).$

II. ¿Existe el $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$?

III. Trace la gráfica de f .

17. Determinar si cada afirmación es verdadera (V) ó falsa (F). Si es verdadera explicar por qué. Si es falsa, explicar por qué ó dé un ejemplo que refute la afirmación.

a. Si $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 3$ entonces $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 3.$

b. Si $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 6$ entonces $f(a) = 6.$

c. Si $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x + 2}{x - 1} = \frac{\lim_{x \rightarrow 1} x + 2}{\lim_{x \rightarrow 1} x - 1}.$

d. Si $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ y $\lim_{x \rightarrow a} g(x)$ no existen, entonces $\lim_{x \rightarrow a} (f(x) + g(x))$ no existe.

18. Encuentre cada uno de los siguientes límites si éstos existen. Si el límite no existe, explique por qué.

a. $\lim_{x \rightarrow 8} |x - 3|.$

b. $\lim_{x \rightarrow 3} |x - 3|.$