

Guía Práctica Nro 3: Límites

Respuestas

Ejercicio 1:

Los valores de $f(x)$ se aproximan a 5 cuando x tiende a 2. En otras palabras, los valores de $f(x)$ tienden a estar más y más cerca del número 5 cuando x se acerca cada vez más y más al número 2 (de ambos lados de 2), pero x no alcanza en ningún momento al valor 2, es decir, $x \neq 2$.

Si es posible que se cumpla con la preposición ya que al encontrar el límite de $f(x)$ cuando x se aproxima a 2 se describe el comportamiento de la función en la cercanía del 2 y no se considera lo que sucede con la función para el valor $x=2$. Por lo que para $x = 2$ la función puede sin problemas valer 3, es decir, $f(2) = 3$. De hecho, $f(x)$ hasta podría no estar definida cuando $x=2$.

Ejercicio 2:

El límite de $f(x)$ cuando x tiende a 1 por la izquierda significa que a medida que x toma valores menores que uno, pero cercanos a 1, la función se acerca al valor 3, es decir $f(x)$ tiende al valor 3. Dicho de otra forma, el límite por la izquierda está describiendo el comportamiento de la función cuando la variable x está en la cercanía izquierda del 1.

El límite de $f(x)$ cuando x tiende a 1 por la derecha significa que a medida que x toma valores mayores que uno, pero cercanos a 1, la función se acerca al valor 7, es decir $f(x)$ tiende al valor 7. Dicho de otra forma, el límite por la derecha está describiendo el comportamiento de la función cuando la variable x está en la cercanía derecho del 1.

Dado que los límites laterales son distintos, el límite de $f(x)$ cuando x tiende a 1 no existe.

La recta $x = 1$ no es una asíntota vertical, pues la misma no cumple con la definición de asíntota vertical.

Ejercicio 3:

La expresión describe el comportamiento de la función $f(x)$ en la cercanía del valor $x=-3$. Lo que nos indica es que los valores de $f(x)$ pueden ser arbitrariamente grandes (tan grandes como queramos), tomando valores de x lo suficientemente cercanos a -3 . Notar que en ningún momento se llega a tomar el valor $x = -3$. Además, podemos decir que la recta $x=-3$ es una asíntota vertical de la función $f(x)$.

La expresión describe el comportamiento de la función $f(x)$ en la cercanía derecha del valor $x=4$. Lo que nos indica es que los valores de $f(x)$ pueden ser arbitrariamente grandes en valor absoluto pero negativo (tan grandes negativos como queramos), tomando valores de x lo suficientemente cercanos a 4 por la derecha, es decir valor mayores que 4 pero cercanos. Notar que en ningún momento se llega a tomar el valor $x = 4$. Además, podemos decir que la recta $x=4$ es una asíntota vertical de la función $f(x)$.

Ejercicio 4:

- a) 4 b) 4 c) 4 d) \nexists , función no definida e) 1 f) -1 g) \nexists , límites laterales distintos.
 h) 1 i) 2 j) \nexists , función no definida. k) 3 l) \nexists , la función oscila.

Ejercicio 5:

- a) -1 b) -2 c) \nexists , límites laterales distintos. d) 2 e) 0 f) \nexists , límites laterales distintos. g) 1 h) 3

Ejercicio 6:

- a) $-\infty$
 b) $+\infty$
 c) $-\infty$
 d) $+\infty$
 e) *Asíntotas verticales* : $x = -3, x = 2$ y $x = 5$.

Ejercicio 7:

- a) El valor de a para el cual $\lim_{x \rightarrow a} f(x) \nexists$ es $a = -1$ ya que:

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = 0 \text{ y el } \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = 1$$

- b) El valor de a para el cual $\lim_{x \rightarrow a} f(x) \nexists$ es $a = \pi$ ya que:

$$\lim_{x \rightarrow \pi^-} f(x) = -1 \text{ y el } \lim_{x \rightarrow \pi^+} f(x) = 0$$

Ejercicio 9:

- a) $-\infty$
 b) $+\infty$
 c) $-\infty$
 d) $-\infty$

Ejercicio 10:

Asíntotas Verticales: $x = 0$ y $x = \frac{3}{2}$

Ejercicio 11:

- a) -6
 b) -8
 c) 2
 d) -6
 e) No existe. El límite de un cociente es el cociente de los límites siempre y cuando estos existan, y el límite del denominador sea distinto de cero
 f) 0

Ejercicio 12:

- a) 2
 b) No existe. El límite de una suma es la suma de los límites siempre y cuando estos existan.
 c) 0

- d) No existe. El límite de un cociente es el cociente de los límites siempre y cuando estos existan, y el límite del denominador sea distinto de cero
- e) 16
- f) 2

Ejercicio 13:

Al trabajar algebraicamente la expresión que está a la izquierda de la ecuación es decir factorizar y luego simplificar un factor del numerador con un factor del denominador, debemos aclarar que es igual siempre y cuando $x \neq 2$, (ya que $x=2$ es una raíz de dicho denominador).

Dicha aclaración no es necesario porque el concepto de límite involucra que ambos términos en la segunda ecuación son iguales salvo quizás para $x=2$.

Ejercicio 14:

- a) 4. b) 4/5. c) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \infty$, $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -\infty$. d) 1. e) 1. f) 1/6 g) 2/3 h) 1 i) -4/5

Ejercicio 15:

$$\lim_4 f(x) = 7$$

Ejercicio 16:

- a) F. b) F. c) F. d) F. e) F. f) F.

Ejercicio 17:

- a) $\lim_{x \rightarrow 3} (2x - |x + 3|) = 6$.
- b) El $\lim_{x \rightarrow -6} \left(\frac{2x+12}{|x+6|} \right)$ **no existe** porque los límites laterales son distintos,
 $\lim_{x \rightarrow -6^-} \left(\frac{2x+12}{|x+6|} \right) = -2$ y $\lim_{x \rightarrow -6^+} \left(\frac{2x+12}{|x+6|} \right) = 2$

Ejercicio 18:

- a) $a = 2$.
- b) I) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 2$ y $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 1$
 II) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ **no existe** porque los límites laterales son distintos.