

Guía Complementaria I

Cálculo en una Variable

Liliana Taborda. ltaborda@bioingenieria.edu.ar	Leandro G. Escher. lgescher@ingenieria.uner.edu.ar	Juan F. Restrepo. jrestrepo@ingenieria.uner.edu.ar
Fabrizio Rettore. fretto@ingenieria.uner.edu.ar	María Belén Ferster. mbferster@ingenieria.uner.edu.ar	Mauricio Riveras. mriveras@ingenieria.uner.edu.ar

Ejercicios

1. Para cada una de las siguientes funciones:

a. $f(x) = \frac{2}{x-1} + 2$.

b. $f(t) = 1 + \ln(t+1)$.

- Indicar su dominio.
- Realizar su gráfico.
- Indicar donde intercepta los ejes de coordenadas.
- Justificar analíticamente si es par o impar.
- Indicar los intervalos donde es positiva.
- Indicar los valores del dominio que verifiquen que $f \geq 1$.
- Indicar el conjunto imagen.
- Indicar sus asíntotas horizontal y vertical (si las tiene).
- Indicar los intervalos de crecimiento y decrecimiento.

2. Dada la función:

$$f(x) = \begin{cases} e^x + 1 & \text{si } x < 0 \\ x + 1 & \text{si } 0 < x \leq 3 \\ \frac{1}{x-3} & \text{si } x > 3 \end{cases}.$$

- Indicar su dominio.
 - Calcular $f(-2)$; $f(0)$ y $f(3)$.
 - Realizar su gráfica.
 - Indicar el conjunto imagen.
 - Indicar los puntos donde la función presenta discontinuidades. Justifique analíticamente.
 - Indicar sus asíntotas horizontal y vertical (si las tiene).
3. Determinar si cada afirmación es verdadera (V) ó falsa (F). Si es verdadera explicar por qué. Si es falsa, explicar por qué ó dé un ejemplo que refute la afirmación.
- Si f es una función, entonces $f(5x) = 5f(x)$.
 - Si $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 1$, entonces $f(3) = 1$.
 - Si $\lim_{x \rightarrow 6} [f(x)g(x)]$ existe, entonces el límite debe ser $f(6)g(6)$.
 - Si $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ y $\lim_{x \rightarrow a} g(x)$ no existen, entonces $\lim_{x \rightarrow a} [f(x) + g(x)]$ no existe.

- e. Si $f(1) > 0$ y $f(3) < 0$, entonces existe un número c entre 1 y 3 tal que $f(c) = 0$.
- f. La función $f(x) = x^2 e^x$ no es continua en todos los reales.
- g. La función $f(x) = \frac{3x}{x - x^2}$ tiene una asíntota vertical en $x = 0$.
- h. La ecuación $\cos \sqrt{x} = e^x - 2$ no tiene solución en el intervalo $(0, 1)$.
4. Encuentre cada uno de los siguientes límites.
- a. $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - 9}{x^2 + 2x - 3}$.
- c. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 - 9}}{2x - 6}$.
- b. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x + 6} - 6}{x^3 - 3x^2}$.
- d. $\lim_{x \rightarrow \pi/2} x e^{\cos x}$.
5. Encuentre los valores de a y b tales que $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{ax + b} - 2}{x} = 1$.
6. Graficar una función que cumpla con las siguientes condiciones:

a. $\begin{cases} \text{Dom} = \mathbb{R} - \{\pm 1\} \\ (0, 1) \text{ pertenece a la gráfica} \\ \text{Creciente en el intervalo } (-1, 1) \end{cases}$

b. $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1 \\ \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \infty \end{cases}$