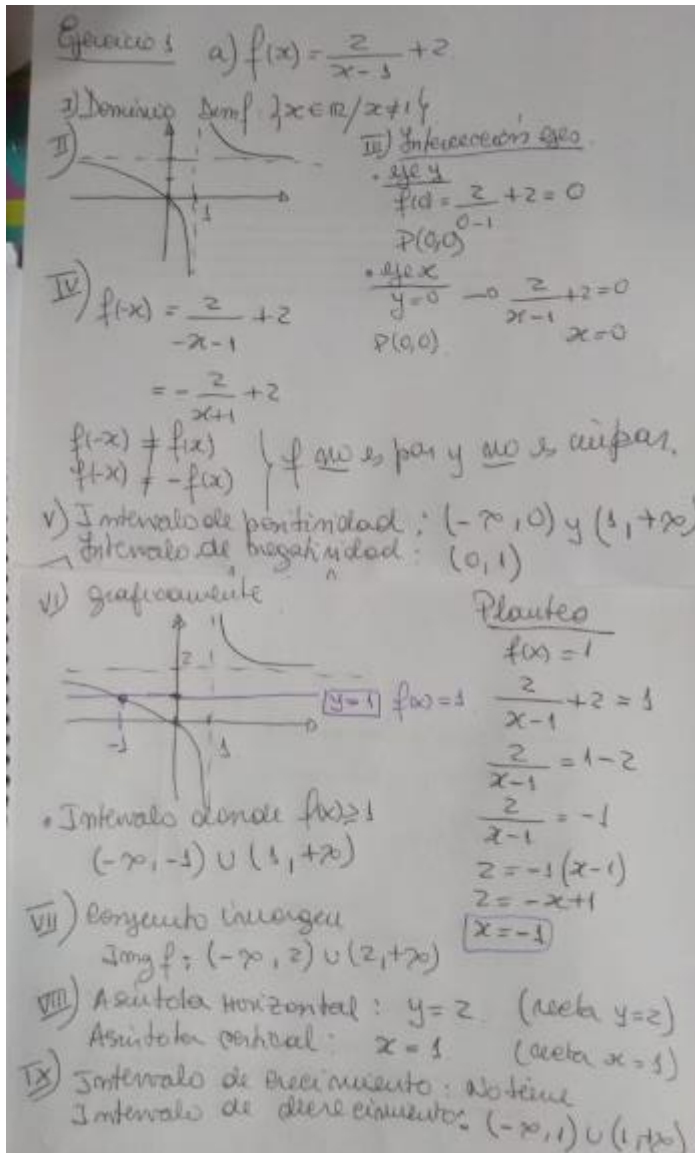


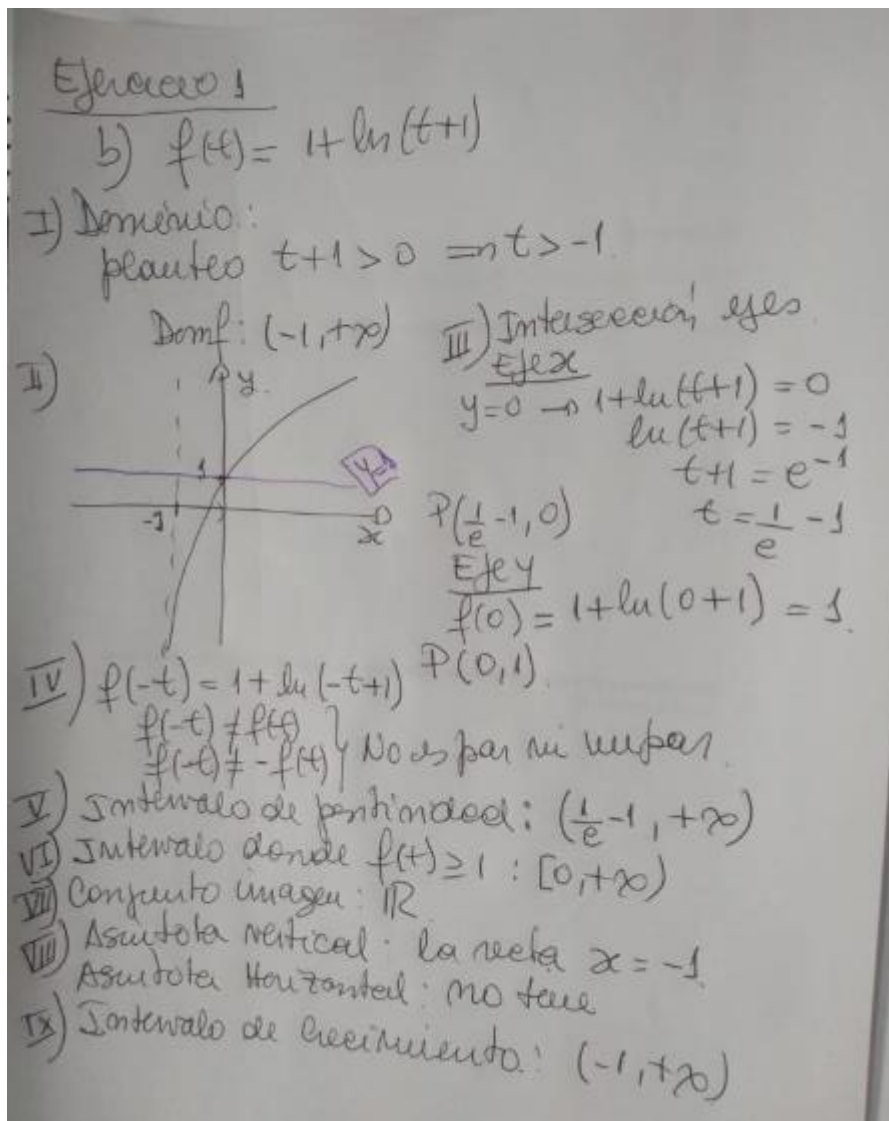
Resolución Guía Complementaria I

Ejercicio 1

1) a)



1) b)



Ejercicio 2

Ejercicio 2

a) Dominio $\text{Dom} f: \mathbb{R} - \{0\}$

b) $f(-2) = e^{-2} + 1 = \frac{1}{e^2} + 1$

$f(0)$ no existe

$f(3) = 3 + 1 = 4$

c)

d) conjunto imagen: $\mathbb{R}^+$

e) Presenta discontinuidad en:

- $x=0$, f no está definida
- $x=3$

$f(3) = 4$

$\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ no existe pues $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{1}{x-3} = \infty$

antes f no es continua en $x=3$

f) Asintota vertical
la recta $x=3$ pues $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{1}{x-3} = \infty$

Asintota Horizontal
 $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x-3} = 0$
la recta $y=0$ es Asintota Horizontal cuando $x \rightarrow -\infty$

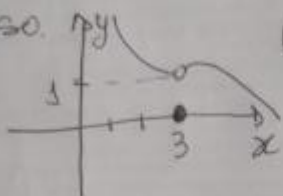
$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (e^x + 1) = 1$
la recta $y=1$ es asintota horizontal cuando $x \rightarrow -\infty$

pues

Ejercicio 3

Ejercicio 3

a) Falso. sea $f(x) = x^2$
 $f(5x) = (5x)^2 = 25x^2$
 $5 \cdot f(x) = 5x^2$ } $\neq$

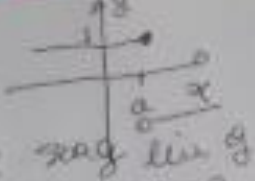
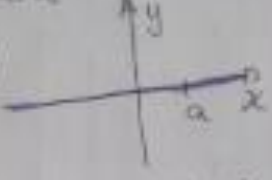
b) Falso.  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 1$
pero $f(3) = 0$

c) Falso
sea $f(x)$ tal que $\lim_{x \rightarrow 6} f(x) = 2$ y $f(6) = -1$
 $g(x)$ tal que $\lim_{x \rightarrow 6} g(x) = 3$ y $g(6) = 5$

$\lim_{x \rightarrow 6} [f(x) \cdot g(x)]$ existe pues existen los
límites $\lim_{x \rightarrow 6} f(x)$ y $\lim_{x \rightarrow 6} g(x)$

$\lim_{x \rightarrow 6} [f(x) \cdot g(x)] = \lim_{x \rightarrow 6} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow 6} g(x) = 2 \cdot 3 = 6$

pero $f(6) \cdot g(6) = (-1) \cdot (5) = -5$

d)  $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = 1$, $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = 0$, $f(a) = 0$. No existe $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$.
 $\lim_{x \rightarrow a^-} g(x) = 0$, $\lim_{x \rightarrow a^+} g(x) = 1$, $g(a) = 0$. No existe $\lim_{x \rightarrow a} g(x)$.
 $(f+g)(x)$. $\lim_{x \rightarrow a} (f+g)(x) = 1$.

e) Si: $f(1) > 0$ y $f(3) < 0$, entonces existe un número c entre 1 y 3 tal que $f(c) = 0$.
 Falso.  No existe un valor c entre 1 y 3 tal que $f(c) = 0$.
 El teorema pide que la función sea continua en el intervalo.

f) Falso. $f(x) = x^2 e^x$ producto de funciones continuas entonces es continua.
 Contin. Contin. Continua.

g) Verdadero. Aplicar definición de asintota vertical.
 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x}{x(1-x)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3}{1-x} = 3$

h) Falso. Considera la función $f(x) = \cos x - e^x + 2$.
 $f(0) = 1 - 1 + 2 = 2$
 $f(1) = \cos 1 - e + 2 \approx -0.17$
 $f(0) > 0$ y $f(1) < 0$. f continua en el intervalo $(0, 1)$.
 No, teorema de Rolle. Existe al menos un c en $(0, 1)$ tal que $f(c) = 0$.

Ejercicio 4

Ejercicio 4

a) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - 9}{x^2 + 2x - 3} = \lim_{x \rightarrow -3} \frac{(x-3)(x+3)}{(x+3)(x-1)}$

• la función del numerador es 0 cuando $x=3$
 • la función del denominador es 0 cuando $x=3$
 Factorizo numerador y denominador

Simplifico
 $\uparrow$
 $= \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x-3}{x-1} = \frac{-3-3}{-3-1} = \frac{-6}{-4} = \frac{3}{2}$

función racional
 y el denominador
 no se anula para $x=-3$
 por lo tanto resultado

b)

$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+6} - 6}{x^3 - 3x^2} =$

El denominador se anula en $x=3$ y el numerador no se anula cuando $x=3$
 $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+6} - 6}{x^3 - 3x^2}$ no existe

$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{\sqrt{x+6} - 6}{x^2(x-3)} = +\infty$
 $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{\sqrt{x+6} - 6}{x^2(x-3)} = -\infty$

$$c) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 - 9}}{2x - 6} =$$

el numerador y al deno
minador tienden a ∞
cuando $x \rightarrow \infty$
Divido num. y denom. por
 x , la mayor potencia
del numerador

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{\sqrt{x^2 - 9}}{x}}{\frac{2x - 6}{x}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{\frac{x^2}{x^2} - \frac{9}{x^2}}}{\frac{2x}{x} - \frac{6}{x}} =$$

introduzco x dentro
de la raíz, observo
que x es positiva.

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{1 - \frac{9}{x^2}}}{2 - \frac{6}{x}} = \frac{1}{2}$$

$$d) \lim_{x \rightarrow \pi/2} x \cdot e^{\cos x} = \frac{\pi}{2} e^{\cos(\pi/2)} = \frac{\pi}{2} e^0 = \frac{\pi}{2}$$

Substuyo directamente
pues $e^{\cos x}$ es continua en $\pi/2$
por ser composición de función
as continuas

Ejercicio 5

Ejercicio 5
 Para que el $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{ax+b}-2}{x}$ exista
 al observar que el denominador es 0 en $x=0$ se debe verificar que el numerador se anule en $x=0$
 por lo tanto al sustituir
 $\sqrt{0+b}-2=0$ entonces $\boxed{b=4}$

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{ax+4}-2}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{ax+4}-2)(\sqrt{ax+4}+2)}{x(\sqrt{ax+4}+2)}$
 + numerador y denominador nulos cuando $x=0$
 Racionalizar el numerador

$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{ax+4})^2 - 2^2}{x(\sqrt{ax+4}+2)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{ax+4-4}{x(\sqrt{ax+4}+2)}$

$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{ax}{x(\sqrt{ax+4}+2)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{a}{\sqrt{ax+4}+2}$

$= \frac{a}{4} = 1$ entonces $\boxed{a=4}$
 Comprobando

Ejercicio 6