

Guía de Trabajo Práctico VIII

Aplicaciones de la derivada parte II

Cálculo en una Variable

Liliana Taborda. ltaborda@bioingenieria.edu.ar	Leandro G. Escher. lgescher@ingenieria.uner.edu.ar	Juan F. Restrepo. jrestrepo@ingenieria.uner.edu.ar
Fabricio Rettore. frettre@ingenieria.uner.edu.ar	María Belén Ferster. mbferster@ingenieria.uner.edu.ar	Mauricio Riveras. mriveras@ingenieria.uner.edu.ar

Ejercicios

1. Dado que:

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0, \quad \lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0, \quad \lim_{x \rightarrow a} h(x) = 1, \quad \lim_{x \rightarrow a} p(x) = \infty, \quad \text{y} \quad \lim_{x \rightarrow a} q(x) = \infty.$$

¿Cuáles de los siguientes límites son formas indeterminadas? Para aquellos que no tienen forma indeterminada, calcule el límite donde sea posible.

a. $\lim_{x \rightarrow a} f(x)/g(x)$.	c. $\lim_{x \rightarrow a} h(x)/p(x)$.	e. $\lim_{x \rightarrow a} p(x)/q(x)$.
b. $\lim_{x \rightarrow a} f(x)/p(x)$.	d. $\lim_{x \rightarrow a} p(x)/f(x)$.	f. $\lim_{x \rightarrow a} [f(x)p(x)]$.

2. Encuentre el límite, si existe:

a. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x - 6}{x - 2}$.	d. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + x^2}{1 - 2x^2}$.	g. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x3^x}{3^x - 1}$.	j. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - 2x)^{1/x}$.
b. $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{e^{2t} - 1}{\sin t}$.	e. $\lim_{u \rightarrow \infty} \frac{e^u}{u^2}$.	h. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \text{sen } x \ln x$.	k. $\lim_{x \rightarrow \infty} (e^x + x)^{1/x}$.
c. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$.	f. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\ln x)^2}{x}$.	i. $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x}{x-1} - \frac{1}{\ln x} \right)$.	l. $\lim_{x \rightarrow 0^+} (\cos x)^{1/x^2}$.

3. Demuestre que $\lim_{x \rightarrow \infty} e^x/x^n = \infty$ para cualquier entero positivo n . Esto demuestra que la función exponencial tiende al infinito más rápido que cualquier potencia de x .

4. ¿Qué sucede si intenta usted utilizar la regla del l'Hospital para obtener el límite? Encuentre el límite utilizando cualquier otra estrategia.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$$

5. Realice el análisis de gráfica para cada una de las siguientes funciones, luego grafique.

a. $y = \frac{x^2 - 4}{x^2 - 2x}$.	c. $y = \frac{x^3}{x^2 - 2}$.	e. $y = xe^{-x^2}$.	g. $y = \frac{\ln x}{x^2}$.
b. $y = \frac{1}{x^2 - 9}$.	d. $y = x\sqrt{2 - x^2}$.	f. $y = \frac{e^x}{x^2}$.	

6. Un modelo para la divulgación de un rumor está dado por la ecuación $p(t) = \frac{1}{1 + ae^{-kt}}$ donde $p(t)$ es la proporción de la población que sabe del rumor en el tiempo t , y a y k son constantes positivas.
- ¿Cuándo habrá oído el rumor la mitad de la población?
 - ¿Cuándo es mayor la rapidez de divulgación del rumor?
7. Encuentre dos números cuya diferencia es 100 y cuyo producto es un mínimo.
8. La suma de dos números positivos es 16. ¿Cuál es el menor valor posible de la suma de sus cuadrados?
9. ¿Cuál es la distancia vertical máxima entre la recta $y = x + 2$ y la parábola $y = x^2$ para $1 \leq x \leq 2$?
10. La rapidez (en mg carbono m^3/h) en que la fotosíntesis tiene lugar para una especie de fitoplanc-ton es modelada por la función:

$$P = \frac{I}{I^2 + I + 4},$$

- donde I es la intensidad de luz (medida en miles de pie-candela) ¿Para qué intensidad de luz P es máxima?
11. Una caja con una base cuadrada, abierta en la parte superior, debe tener un volumen de 32000 cm^3 . Encuentre las dimensiones de la caja que minimicen la cantidad de material que ha de utilizarse.
12. Si se dispone de 1200 cm^2 de material para hacer una caja con una base cuadrada y sin tapa; encuentre el mayor volumen posible de la caja.
13. Un contenedor rectangular de almacenamiento sin tapa ha de tener un volumen de 10 m^3 . La longitud de su base es dos veces el ancho. El material para la base cuesta 10 pesos por metro cuadrado y el material para los costados cuesta 6 pesos por metro cuadrado. Encuentre el costo de los materiales que hagan más barato el contenedor.
14. Halle el punto sobre la curva $y = \sqrt{x}$ que está más cerca del punto $(3, 0)$.