# Guía de Trabajo Práctico IX
# Aplicaciones de la Derivada - parte III

Calculo en una Variable - Cursado 2do Cuatrimestre

## Ejercicios:

1. Cada lado de un cuadrado se incrementa a razón de 6 cm/s. ¿Con qué rapidez se incrementa el área del cuadrado cuando su área es de 16 $\text{cm}^2$?

2. Un tanque cilíndrico con 5 m de radio se está llenando con agua a razón de 3 $\text{cm}^3$/min. ¿Qué tan rápido se incrementa la altura de agua?

3. El volumen de una célula esférica en crecimiento es $V = \frac{3}{4}\pi r^3$, donde el radio $r$ se mide en micrómetros ($1\,\mu\text{m} = 10^{-6}\,\text{m}$).

   a. Encuentre la razón de cambio promedio de $V$ respecto a $r$, cuando éste cambia
      i. de 5 a 8 $\mu$m.
      ii. de 5 a 6 $\mu$m.
      iii. de 5 a 5.1 $\mu$m.

   b. Halle la razón de cambio instantánea de $V$ respecto a $r$, cuando $r = 5\,\mu$m.

4. Un modelo para la divulgación de un rumor está dado por la ecuación $p(t) = \dfrac{1}{1 + ae^{-kt}}$ donde $p(t)$ es la proporción de la población que sabe del rumor en el tiempo $t$, y $a$ y $k$ son constantes positivas.

   a. ¿Cuándo habrá oído el rumor la mitad de la población?

   b. ¿Cuándo es mayor la rapidez de divulgación del rumor?

5. La altura, en función del tiempo $t$ (seg), de un proyectil disparado verticalmente hacia arriba, desde un punto 2 m por encima del nivel del suelo con una velocidad inicial de 24.5 m/s es:

$$h(t) = 2 + 24.5t - 4.9t^2 \qquad \text{metros.}$$

   a. Encuentre la velocidad después de 2 segundos y después de 4 segundos.

   b. ¿En qué momento cae al suelo?

   c. ¿Con qué velocidad cae al suelo?

   d. ¿En momento alcanza la máxima altura?

6. La ley de Boyle establece que, cuando se comprime una muestra de gas a una temperatura constante, el producto de la presión y el volumen se mantiene constante: $PV = C$.

   a. Encuentre la razón de cambio del volumen respecto a la presión.

   b. Una muestra de gas está en un recipiente a baja presión y se le comprime paulatinamente a temperatura constante durante 10 minutos. ¿El volumen disminuye con mayor rapidez al principio o al final de los 10 minutos? Explique.

7. Una partícula se mueve, horizontalmente con respecto al origen, de acuerdo con la función posición

$$S = t^4 - 4t^3 - 20t^2 + 20t, \qquad t \geq 0$$

   a. ¿En qué momento la partícula tiene una velocidad de 20 m/s?
   b. ¿En qué momento su aceleración es 0? ¿Cuál es el significado de este valor de $t$?

8. Encuentre dos números cuya diferencia es 100 y cuyo producto es un mínimo.

9. La suma de dos números positivos es 16. ¿Cuál es el menor valor posible de la suma de sus cuadrados?

10. ¿Cuál es la distancia vertical máxima entre la recta $y = x+2$ y la parábola $y = x^2$ para $1 \leq x \leq 2$?

11. Una caja con una base cuadrada, abierta en la parte superior, debe tener un volumen de 32000 $\text{cm}^3$. Encuentre las dimensiones de la caja que minimicen la cantidad de material que ha de utilizarse (cada lado de la caja puede comprarse por separado).

12. Si se dispone de una única placa cuadrada 1600 $\text{cm}^2$ de material para hacer una caja con una base cuadrada y sin tapa; encuentre el mayor volumen posible de la caja.

13. Un contenedor rectangular de almacenamiento sin tapa ha de tener un volumen de 10 $\text{m}^3$. La longitud de su base es dos veces el ancho. El material para la base cuesta 10 pesos por metro cuadrado y el material para los costados cuesta 6 pesos por metro cuadrado. Encuentre el costo de los materiales que hagan más barato el contenedor.

14. Halle el punto sobre la curva $y = \sqrt{x}$ que está más cerca del punto $(3, 0)$.