Guía de Trabajo Práctico
Integrales parte I
Cálculo en una Variable

Ejercicios:

1. Encuentre la antiderivada general.

   a. $f(x) = 0.2 - \dfrac{2}{x}$.

   b. $f(x) = x^{3/4} - 2x\sqrt{x}$.

2. Halle f sabiendo que:

   a. $f'(x) = x^5 + 5x - 1$; $f(1) = 0$.
   b. $f'(x) = 1 + \sqrt[3]{x}$; $f(4) = 25$.
   c. $f''(x) = 8x^3 + 5$; $f(1) = 0$ y $f'(1) = 8$.
   d. $f''(x) = 2 + \cos x$; $f(0) = -1$ y $f'(\pi/2) = 0$.

3. Verifique mediante derivación que cada una de las siguientes fórmulas es correcta.

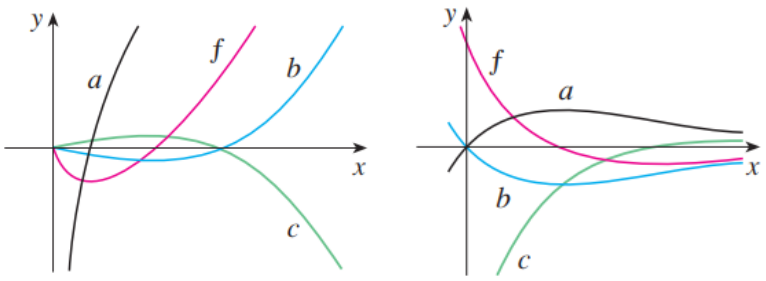
   a. $\displaystyle\int \frac{1}{x^2\sqrt{1+x^2}} = -\frac{\sqrt{1+x^2}}{x} + C$.

4. Obtenga las siguientes integrales indefinidas generales.

   a. $\displaystyle\int \left(\sqrt{x^3} + \sqrt[3]{x^2}\right) \mathrm{d}x$.
   b. $\displaystyle\int \left(x^4 - \frac{1}{2}x^3 + \frac{1}{4}x - 2\right) \mathrm{d}x$.
   c. $\displaystyle\int (u+x)(2u+1)\,\mathrm{d}u$.
   d. $\displaystyle\int v\left(v^2+2\right)^2 \mathrm{d}v$.
   e. $\displaystyle\int \frac{x^2 - \sqrt{x}}{x}\,\mathrm{d}x$.
   f. $\displaystyle\int \left(x^2 + 1 + \frac{1}{x^2+1}\right) \mathrm{d}x$.

5. Encuentre una función f tal que $f'(x) = x^3$ y la recta $x + y = 0$ sea tangente a la gráfica de f.

6. Se proporciona la gráfica de una función f (Ver Figura 1). ¿Qué gráfica es una antiderivada de f y por qué?.



(a) (b)

Figura 1

7. Obtenga cada una de las siguientes integrales efectuando la sustitución dada.

   a. $\int x^2\sqrt{x^3+1}\,\mathrm{d}x;\ u=x^3+1.$

   b. $\int \cos^3\theta\,\operatorname{sen}\theta\,\mathrm{d}\theta;\ u=\cos\theta.$

   c. $\int \frac{\sec^2(1/x)}{x^2}\,\mathrm{d}x;\ u=1/x.$

8. Encuentre cada una de las siguientes integrales indefinidas

   a. $\int x^2e^{x^3}\,\mathrm{d}x.$

   b. $\int (x+1)\sqrt{x^2+2x}\,\mathrm{d}x.$

   c. $\int \frac{\mathrm{d}x}{5-3x}.$

   d. $\int u\sqrt{1-u^2}\,\mathrm{d}u.$

   e. $\int e^x\cos(e^x)\,\mathrm{d}x.$

   f. $\int \frac{e^u}{(1-e^u)^2}\,\mathrm{d}u.$

   g. $\int \frac{\ln^2 x}{x}\,\mathrm{d}x.$

   h. $\int \sqrt{x}\operatorname{sen}\left(1+x^{3/2}\right)\mathrm{d}x.$

   i. $\int e^x\sqrt{1-e^x}\,\mathrm{d}x.$

   j. $\int \frac{\operatorname{sen}(\ln x)}{x}\,\mathrm{d}x.$

   k. $\int \frac{\operatorname{sen}(2x)}{1+\cos 2x}\,\mathrm{d}x.$

   l. $\int \frac{1+x}{1-x^2}\,\mathrm{d}x.$

   m. $\int x^2\sqrt{2+x}\,\mathrm{d}x.$

9. Exprese en la forma de descomposición de fracciones parciales las siguientes funciones:

   a. $\frac{1+6x}{(x-3)(x+5)}.$

   b. $\frac{10}{5x^2-2x^3}.$

   c. $\frac{x}{x^2+x-2}.$

   d. $\frac{x^2}{x^2+2x+2}.$

   e. $\frac{x^4+1}{x^5+4x^3}.$

   f. $\frac{1}{(x^2-9)^2}.$

   g. $\frac{x^4-2x^3+x^2+2x-1}{x^2-2x+1}.$

   h. $\frac{1}{s^3(s-1)^2}.$

10. Evalúe cada una de las siguientes integrales:

    a. $\int \frac{x^4}{x-1}\,\mathrm{d}x.$

    b. $\int \frac{5x+1}{(2x+1)(x-1)}\,\mathrm{d}x.$

    c. $\int \frac{y}{(y+4)(2y-1)}\,\mathrm{d}y.$

    d. $\int \frac{ax}{x^2-bx}\,\mathrm{d}x.$

    e. $\int \frac{x^2+1}{2(x-3)(x-2)^2}\,\mathrm{d}x.$

    f. $\int \frac{x^4+1}{x^5+4x^3}\,\mathrm{d}x.$

    g. $\int \frac{1}{s^2(s-1)^2}\,\mathrm{d}s.$

    h. $\int \frac{x^2}{x^2+2x+2}\,\mathrm{d}x.$

    i. $\int \frac{x^2-2x-1}{(x-1)^2(x^2+1)}\,\mathrm{d}x.$

    j. $\int \frac{x^5+x-1}{x^3+1}\,\mathrm{d}x.$