

# Coloquio X

## Técnicas de Integración: Regla de Sustitución e Integración por Partes

Liliana Taborda

ltaborda@ingenieria.uner.edu.ar

Leandro G. Escher

lgescher@ingenieria.uner.edu.ar

Juan F. Restrepo

jrestrepo@ingenieria.uner.edu.ar

Fabrizio Rettore

frettore@ingenieria.uner.edu.ar

María Belén Ferster

mbferster@ingenieria.uner.edu.ar

Mauricio Riveras

mriveras@ingenieria.uner.edu.ar

Departamento Académico de Matemática  
Cálculo en una Variable

## Temas de clase:

1. Regla de sustitución

**Sección 5.5 Pág. 407.**

2. Integración por partes

**Sección 7.1 Pág. 464.**

Definición: ( pág. 398 Stewart (2012))

**Antiderivadas:**

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C, \quad \text{si } n \neq -1$$

**Definición:** ( pág. 398 Stewart (2012))

**Antiderivadas:**

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + C$$

1.  $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C.$

Definición: ( pág. 398 Stewart (2012))

**Antiderivadas:**

$$\int e^x dx = e^x + C$$

$$1. \int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C.$$

$$2. \int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + C.$$

**Definición:** ( pág. 398 Stewart (2012))

**Antiderivadas:**

$$\int \operatorname{sen} x \, dx = -\cos x + C$$

$$1. \int x^n \, dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C.$$

$$2. \int \frac{1}{x} \, dx = \ln |x| + C.$$

$$3. \int e^x \, dx = e^x + C.$$

**Definición:** ( pág. 398 Stewart (2012))

**Antiderivadas:**

$$\int \cos x \, dx = \text{sen } x + C$$

$$1. \int x^n \, dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C.$$

$$2. \int \frac{1}{x} \, dx = \ln |x| + C.$$

$$3. \int e^x \, dx = e^x + C.$$

$$4. \int \text{sen } x \, dx = -\text{cos } x + C.$$

**Definición:** ( pág. 398 Stewart (2012))

**Antiderivadas:**

$$\int \frac{1}{x^2 + 1} dx = \tan^{-1}(x) + C$$

$$1. \int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C.$$

$$2. \int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C.$$

$$3. \int e^x dx = e^x + C.$$

$$4. \int \operatorname{sen} x dx = -\cos x + C.$$

$$5. \int \cos x dx = \operatorname{sen} x + C.$$

Definición: ( pág. 398 Stewart (2012))

## Propiedades de la integral indefinida:

$$1. \int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx.$$

$$2. \int kf(x) dx = k \int f(x) dx, \quad k \in \mathbb{R}.$$

**Regla de la cadena:** Sean  $F$  y  $g$  funciones derivables y sea  $f = F'$ , entonces

$$[F(g(x))]' = F'(g(x)) \cdot g'(x)$$

Definición: ( pág. 407 [Stewart \(2012\)](#))

**Regla de sustitución:**

Si  $u = g(x)$  es una función derivable cuyo rango es un intervalo  $I$  y  $f$  es continua sobre  $I$ , entonces:

$$\int f(g(x)) \cdot g'(x) dx = \int f(u) du$$

## Ejemplos

Resolver:

1.  $\int x^3 \cos(x^4 + 2) dx.$

2.  $\int \tan \theta d\theta.$

3.  $\int \frac{x - 1}{x^2 + 1} dx.$

**Regla de derivación de un producto:** Sean  $f$  y  $g$  funciones derivables, entonces

$$[f(x)g(x)]' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$

Definición: (pág. 464 Stewart (2012))

**Ecuación de integración por partes:**

$$\int f(x)g'(x)dx = f(x)g(x) - \int g(x)f'(x)dx$$

Si  $u = f(x)$  y  $v = g(x)$ , entonces

$$\int u dv = uv - \int v du$$

## Ejemplos

Resolver:

1.  $\int x \operatorname{sen} x \, dx.$

2.  $\int \ln z \, dz.$

3.  $\int x^2 e^x \, dx.$

## Referencias

Stewart, J., 2012. Cálculo de varias variables trascendentes tempranas, 7ma edición. Cengage Learning Editores.

Coloquio X  
Técnicas de  
Integración: Regla de  
Sustitución e  
Integración por Partes

Cálculo en una  
Variable

Introducción

Integración por  
sustitución

Integración por Partes

Referencias