

Ejercicios Resueltos - Guía Práctica Nro 10: Integrales II

A continuación, se presentan algunos ejercicios resueltos para que puedan tener presente la manera en que esperamos que realicen su producción escrita.

En este caso se presentan la resolución de los ejercicios 8d, 4f y 2.

Ejercicio 8d

$$8d \quad \int \frac{1}{5-2x^2} dx = \int \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{5/2-x^2}} dx \quad \text{Desu. en fracciones parciales}$$

$$\frac{1}{5/2-x^2} = \frac{1}{(\sqrt{5/2-x})(\sqrt{5/2+x})} = \frac{A}{\sqrt{5/2-x}} + \frac{B}{\sqrt{5/2+x}} = \frac{A(\sqrt{5/2+x}) + B(\sqrt{5/2-x})}{5/2-x^2}$$

$$1 = A(\sqrt{5/2-x}) + B(\sqrt{5/2+x})$$

$$\text{Si } x = \sqrt{5/2} \rightarrow 1 = A \cdot 0 + B \cdot 2\sqrt{5/2} \Rightarrow B = \frac{1}{2\sqrt{5/2}} = \frac{1}{\sqrt{10}}$$

$$\text{Si } x = -\sqrt{5/2} \rightarrow 1 = 2A\sqrt{5/2} + B \cdot 0 \Rightarrow A = \frac{1}{2\sqrt{5/2}} = \frac{1}{\sqrt{10}}$$

Entonces la integral queda:

$$\frac{1}{2} \int \frac{1/\sqrt{10}}{\sqrt{5/2-x}} + \frac{1/\sqrt{10}}{\sqrt{5/2+x}} dx = \frac{1}{2\sqrt{10}} \left(\int \frac{1}{\sqrt{5/2-x}} dx + \int \frac{1}{\sqrt{5/2+x}} dx \right)$$

para resolver estas integrales aplicamos sustitución $\rightarrow$ sigue

Ejercicio 4f)

12

$$4f) \int \operatorname{tg}^3(x) \sec(x) dx = \int \operatorname{tg}^2(x) \operatorname{tg}(x) \sec(x) dx$$

1°

Ident. trigonométrica

$$\operatorname{tg}^2(x) = \sec^2(x) - 1$$

1°

$$= \int [\sec^2(x) - 1] \operatorname{tg}(x) \cdot \sec(x) dx$$

$$= \int \sec^2(x) \operatorname{tg}(x) \sec(x) dx - \int \operatorname{tg}(x) \sec(x) dx$$

2°

$$= \frac{\sec^3(x)}{3} - \sec(x) + C$$

2°

$$u = \sec(x)$$

$$du = \sec(x) \operatorname{tg}(x) dx$$

$$\int \sec^2(x) \operatorname{tg}(x) \sec(x) dx =$$

$$\int u^2 du = \frac{u^3}{3} + C$$

$$= \frac{\sec^3(x)}{3} + C$$

Ejercicio 2

12

Guía Práctica X: Integrales Indef. (parte II)

Ejercicio 2: Encuentre la integral:

$$\begin{aligned}
 e) \int \ln^3 \sqrt{x} dx &= \int \ln x^{1/3} dx \quad \text{reescribo} \\
 &= \int \frac{1}{3} \ln x dx \quad \text{aplico prop. log} \\
 &= \frac{1}{3} \int \ln x dx \quad \text{prop.} \\
 &= \frac{1}{3} \left(\ln x \cdot (x) - \int x \cdot \frac{1}{x} dx \right) \quad \text{por partes} \\
 &= \frac{1}{3} \left(\ln x \cdot (x) - \int dx \right) = \frac{1}{3} x \ln x - \frac{1}{3} x + C
 \end{aligned}$$

CA

* $u = \ln x$

$du = \frac{1}{x} dx$

$dv = dx$

$v = \int dx$

$v = x + C$

$$\int \ln^3 \sqrt{x} dx = \frac{1}{3} x \ln x - \frac{1}{3} x + C$$