

Guía de Trabajo Práctico XII

Integral Definida y Aplicaciones

Cálculo en una Variable

Liliana Taborda. ltaborda@ingenieria.uner.edu.ar
 Leandro G. Escher. lgescher@ingenieria.uner.edu.ar
 Juan F. Restrepo. jrestrepo@ingenieria.uner.edu.ar
 Fabricio Rettore. fretto@ingenieria.uner.edu.ar
 María Belén Ferster. mbferster@ingenieria.uner.edu.ar
 Mauricio Riveras. mriveras@ingenieria.uner.edu.ar

Ejercicios

- Determine el área de cada una de las regiones sombreadas en la figura 1.
- Dibuje las regiones encerradas por cada una de las curvas dadas. Observe la región obtenida e indique si integra respecto a x o y . Trace un rectángulo representativo de aproximación e indique su altura y su ancho. Luego determine el área de la región.
 - $y = e^x$, $y = x^2 - 1$, $x = -1$, $x = 1$.
 - $y = \sin x$, $y = x$, $x = \frac{\pi}{2}$, $x = \pi$.
 - $y = x^2 - 2x$, $y = 4 + x$.
 - $y = \frac{1}{x}$, $y = \frac{1}{x^2}$, $x = 2$.
- Trace cada una de las regiones encerradas definidas por las gráficas de las curvas dadas, luego calcule su área.
 - $y = 12 - x^2$, $y = x^2 - 6$.
 - $y = x^2$, $y = 4 - x^2$.
 - $y = \sqrt{x-1}$, $x - y = 1$.
 - $y = x$, $y = x^2 - 2$.
 - $y = \sqrt{x}$, $y = x$.
 - $y = \frac{1}{x^2}$, $y = 2x^2$, $x + y = 3$, $x > 0$.
- Encuentre el área de la región definida por la parábola $y = x^2$, la recta tangente a esta parábola en $(1, 1)$ y el eje x .

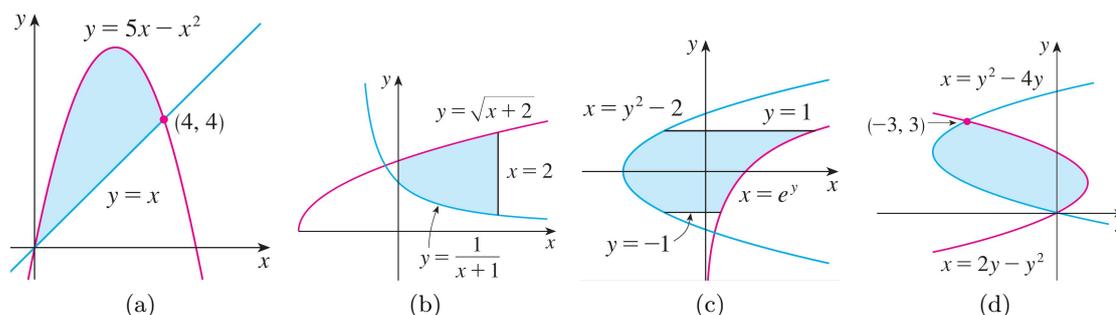


Figura 1

5. Antes de realizar los siguientes ejercicios leer la definición de las aplicaciones de la integral definida [2] en la pág. 401 y [3] en la pág. 402

- a. Se da la función velocidad (en metros por segundo) para una partícula que se desplaza a lo largo de una recta. Encuentre el desplazamiento en el intervalo indicado.

$$v(t) = 3t - 5, \quad 0 \leq t \leq 3.$$

- b. Se da la función aceleración (en m/s^2) y la velocidad inicial para una partícula que se desplaza a lo largo de una recta. Encuentre a) la velocidad en el instante t y b) la distancia recorrida durante el intervalo de tiempo dado.

$$a(t) = t + 4, \quad v(0) = 5, \quad 0 \leq t \leq 10.$$

6. Una población de bacterias es de 4000 en el tiempo $t = 0$ y su rapidez de crecimiento es 1000×2^t bacterias por hora después de t horas. ¿Cuál es la población después de una hora?.

7. La velocidad v de la sangre que fluye en un vaso sanguíneo Con radio R y longitud l a una distancia r del eje central es

$$v(r) = \frac{P}{4ml} (R^2 - r^2).$$

donde P es la diferencia de presión entre los extremos del vaso y m es la viscosidad de la sangre (Ver ejemplo 7. Sección 3.7 pág. 230). Encuentre la velocidad promedio (respecto de r) sobre el intervalo $0 \leq r \leq R$. Compare la velocidad promedio con la velocidad máxima.