

Guía Complementaria III

Cálculo en una Variable

Liliana Taborda. ltaborda@bioingenieria.edu.ar	Leandro G. Escher. lgescher@ingenieria.uner.edu.ar	Juan F. Restrepo. jrestrepo@ingenieria.uner.edu.ar
Fabrizio Rettore. fretto@ingenieria.uner.edu.ar	María Belén Ferster. mbferster@ingenieria.uner.edu.ar	Mauricio Riveras. mriveras@ingenieria.uner.edu.ar

Ejercicios

1. Calcular las siguientes integrales:

$$\text{a. } \int \frac{(1-x)^2}{x} dx. \quad \text{b. } \int_{-1}^1 x^{100} dx. \quad \text{c. } \int \frac{e^x}{1-e^{2x}} dx. \quad \text{d. } \int_{-10}^{10} x^{301} dx.$$

2. Calcular las siguientes integrales:

$$\text{a. } \int_0^3 |x^2 - 4| dx. \quad \text{b. } \int_1^e \frac{\ln x}{x^5} dx.$$

3. Reescriba el integrando para aplicar el método adecuado para obtener la integral indefinida:

$$\text{a. } \int \frac{5}{2x^3 - 4x^2 + 2x} dx. \quad \text{b. } \int \frac{\theta \cos(\theta^2)}{3} d\theta. \quad \text{c. } \int \frac{5}{\sqrt{9x^2 + 1}} dx. \quad \text{d. } \int \frac{3x^2}{\sqrt{x^2 + 4x + 3}} dx.$$

4. Considere la función $F(x) = \int_0^x \frac{t^2}{1+t^3} dt$ definida para $x \geq 0$.

- Calcule $F(1)$.
- Determine, si existe, un $x = b$ tal que $F(b) = 1/3$.
- ¿Dónde la función $F(x)$ es decreciente?

5. Si $\int_{-1}^5 f(x) dx = -2$ y g una función par tal que $\int_3^5 g(x) dx = 1$ y $\int_{-1}^0 g(x) dx = 3$.

$$\text{a. Calcular } \int_{-1}^5 (3f(x) + 2g(x)) dx = .$$

$$\text{b. Si } f \text{ es una función impar calcular, si es posible, } \int_{-1}^1 (g(x) + f(x)) dx = .$$

6. Determine si cada una de las proposiciones es verdadera (V) ó falsa (F). Si es verdadera explique por qué. Si es falsa, explique por qué ó dé un ejemplo que refute la proposición.

$$\text{a. Si } \int_0^5 f(x) dx \leq 0, \text{ entonces } f(x) \leq 0 \text{ para todo } x \text{ en el intervalo } [0, 5].$$

$$\text{b. La función } g(x) = \int_0^x \frac{e^t}{t} dt \text{ es cóncava hacia arriba para todos los } x > 0.$$

$$\text{c. Si } \int_0^1 f(x) dx = -7/2, \text{ entonces } \int_1^0 [f(u) + u] du = 3.$$

$$\text{d. Si } \int_0^3 f(x) dx = 0, \text{ entonces } f(x) = 0 \text{ para } 0 \leq x \leq 3.$$

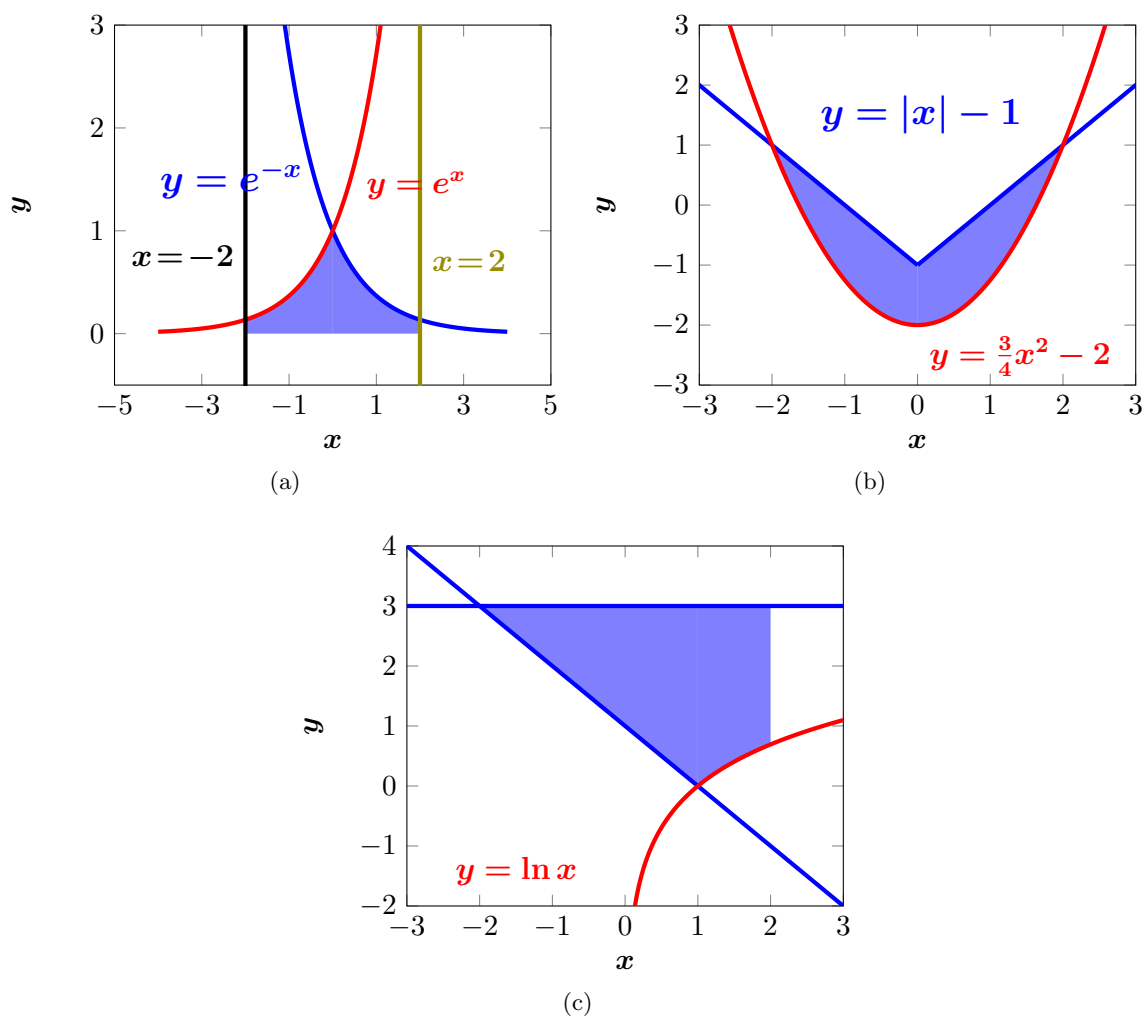


Figura 1

e. $\int_{-2}^1 \frac{1}{x^4} dx = -3/8$.

f. Si $f'(t)$ es continua sobre el intervalo $[1, 3]$, entonces $\int_1^3 f'(t) dt = f(3) - f(1)$.

g. Si $f(x)$ es continua sobre el intervalo $[a, b]$, entonces $\int_a^b x f(x) dx = x \int_a^b f(x) dx$.

7. Encuentre el área limitada por las gráficas de las funciones y realizar el gráfico.

a. $f(x) = 1 - 2x$ y $g(x) = |x|$.

c. $y = x^3$, $y = x$.

b. $f(x) = \sqrt{x}$, $g(x) = x^2$ y $x = 2$.

d. $y = \frac{1}{x}$, $y = x$, $y = \frac{1}{4}x$ y $x > 0$.

8. Suponga que h es una función tal que $h(1) = -2$, $h'(1) = 2$, $h''(1) = 3$, $h(2) = 6$, $h'(2) = 5$, $h''(2) = 13$ y h'' es continua en todo su dominio. Evalúe $\int_1^2 h''(u) du$.

9. Encuentre el área de las regiones sombreadas presentadas en la figura ??.

10. Un modelo de rapidez del metabolismo basal, en $kcal/h$ de un hombre joven es $R(t) = 85 - 0.18 \cos(\pi t/12)$, donde t es el tiempo en horas a partir de las 00:00 horas. ¿Cuál es el metabolismo basal total de este hombre en un periodo de 24 horas?