Guía Práctica Nro 6: Derivadas II

Respuestas

Ejercicio 1

a. $f'(x) = 6x + 2sen(x)$

b. $f'(x) = \frac{sen(x)+2xcos(x)}{2\sqrt{x}}$

c. $y' = -bsent(t) + 2tsen(t) + t^2\cos(t)$

d. $y' = \frac{2-\tan(x)+xsec^2(x)}{(2-\tan(x))^2}$

e. $y' = cos^2(\theta) - sen^2(\theta)$

f. $y' = \frac{sen(t)+tcos(t)+t^2cos(t)}{(1+t)^2}$

Ejercicio 2

a. $y = x + 1$

b. $y = x - \pi - 1$

Ejercicio 3

a. $u = 1 + 4x; y = \sqrt[3]{u}; \frac{dy}{du} = 1/3u^{-2/3}; \frac{du}{dx} = 4; y' = 4/3(1+4x)^{-2/3}$

b. $u = 2x^3 + 5; y = u^4;$ $\frac{dy}{du} = 4u^3;$ $\frac{du}{dx} = 6x^2; y' = 24x^2(2x^3+5)^3$

c. $u = 2x;$ $y = sen(u);$ $\frac{dy}{du} = \cos(u);$ $\frac{du}{dx} = 2; y' = 2\cos(2x)$

d. $u = \sqrt{x};$ $y = e^u;$ $\frac{dy}{du} = e^u;$ $\frac{du}{dx} = \frac{1}{2\sqrt{x}};$ $y' = \frac{1}{2\sqrt{x}}e^{\sqrt{x}}$

Ejercicio 4:

a. $F'(x) = 5(x^4 + 3x^2 - 2)^4(4x^3 + 6x)$

b. $F'(x) = 100(4x - x^2)^{99}(4 - 2x)$

c. $y' = \frac{-e^x}{2\sqrt{2-e^x}}$

d. $f'(z) = \frac{-2z}{(z^2+1)^2}$

e. $f'(t) = e^t cos(e^t) + e^{sen(t)}cos(t)$

f. $y' = -3x^2 sen(a^3 + x^3)$

g. $y' = -3sen(x)cos^2(x)$

h. $y' = 2e^{2\alpha}(cos(4\alpha) - 2sen(4\alpha))$

i. $y' = 12x^3(x^4 - 1)^2$

j. $y' = -2x.ln(10).10^{(1-x^2)}$

Ejercicio 5

a.

i. $y' = -2x\,sen(x^2)$

ii. $y'' = -4x^2cos(x^2) - 2sen(x^2)$

b.
  i. $y' = e^{(e^x+x)}$
  ii. $y'' = e^{(e^x+x)}(e^x+1)$

Ejercicio 6:

La recta tangente a la curva $y = \frac{2}{e^{-x}} + 1$ en el punto $(0,3)$ es $R: y = 2x + 3$

Ejercicio 7:

a. Velocidad: $x'(t) = \cos(2t+\pi)$
   Aceleración: $x''(t) = -2sen(2t+\pi)$
b. Posición $x\left(\frac{3}{2}\pi\right) = 0$
   Velocidad $x'\left(\frac{3}{2}\pi\right) = 1$
   Aceleración $x''\left(\frac{3}{2}\pi\right) = 0$
   Como la velocidad es positiva, se está moviendo hacia la derecha.

Ejercicio 8:

a. $a)y' = \frac{9x}{y}$ $\quad b)y' = \frac{-4x-1-y}{x}$ $\quad c)y' = -\frac{y^2}{x^2}$ $\quad d)y' = 2sen(x)\sqrt{y}$
b. $a)y' = \frac{9x}{\sqrt{9x^2-1}}$ $\quad b)y' = \frac{-2x^2-1}{x^2}$ $\quad c)y' = -\frac{1}{(x-1)^2}$ $\quad d)y' = 2sen(x)(5-\cos(x))$
c. Son iguales las derivadas, haciendo derivación implícita o despejando y hallando la derivada de y.

Ejercicio 9:

a. $y' = \frac{2xy^2 - \frac{1}{2\sqrt{x+y}}}{\frac{1}{2\sqrt{x+y}} - 2x^2y}$
b. $y' = \frac{1-e^y}{xe^y+1}$
c. $y' = \frac{sen(x)sen(y)}{cos(x)\cos(y)}$
d. $y' = \frac{1+y-e^y\cos(x)}{e^y sen(x)-x}$

Ejercicio 10:

a. $y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = m = \frac{1}{2}$ La recta de pendiente m que pasa por $\left(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{4}\right)$ es: $y = \frac{1}{2}x$.
b. $y'(\pi) = m = \frac{1}{3}$ La recta de pendiente m que pasa por (π, π) es: $y = \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}\pi$).

Ejercicio 11:

a. $y'(x) = -\frac{9x}{y}$ $\quad y''(x) = \frac{-9y+9xy'}{y^2} = \frac{-9(y^2+9x^2)}{y^3}$
b. $y'(x) = -\frac{\sqrt{y}\sqrt{x}}{x}$ $\quad y''^{(x)} = -\frac{xy'-y}{2x^{\frac{3}{2}}\sqrt{y}} = -\frac{-\sqrt{y}\sqrt{x}-y}{2\sqrt{y}x^{\frac{3}{2}}}$

Ejercicio 12:

a. $f'(x) = \log_2 x + \frac{1}{\ln 2} - 1$

b. $f'(x) = -\frac{1}{x}$

c. $y'(x) = -1(\ln x)^{-2}\,\frac{1}{x}$

d. $g'(x) = 3\,\frac{(1+\ln(2x))^2}{x}$

e. $f'(t) = \frac{\cos\,(\ln(2t))}{t}$

f. $h'^{(x)} = \frac{2\sqrt{x}+1}{2\sqrt{x}(x+\sqrt{x})}$

Ejercicio 13:

$y'(x) = 2\,x\ln(2x) + x$ $\qquad$ $y''^{(x)} = 2\ln(2x) + 3$

Ejercicio 14:

a. $y'(x) = x^x(\ln x + 1)$

b. $y'(x) = \left(\cos(x)\ln x + sen(x)\,\frac{1}{x}\right)x^{sen(x)}$

c. $y'(x) = \left(\frac{\ln(\mathrm{sen}(x))}{x} + \ln x\,\frac{\cos x}{sen\,x}\right)(sen\,x)^{\ln x}$