Coloquio I
Funciones

Dr. Juan Felipe Restrepo
juan.restrepo@uner.edu.ar

Departamento Académico de Matemática
Cálculo en una Variable

Temas de clase:

1. Funciones.

   Sección 2.1 Pág. 142.

2. Información a partir de la gráfica de una función.

   Sección 2.3 Pág. 152.

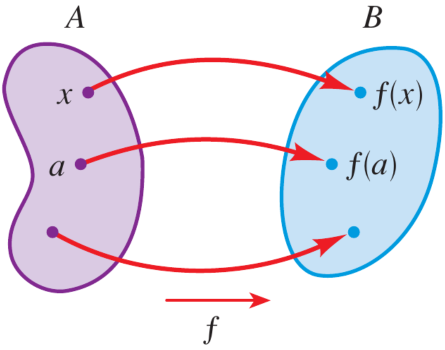
3. Transformación de funciones.

   Sección 2.5 Pág. 179.

Definición: (Pág. 143 Stewart y col. (2016))

Función:

Una función f es una regla que asigna a cada elemento x de un conjunto A exactamente un elemento, llamado $f(x)$, de un conjunto B.



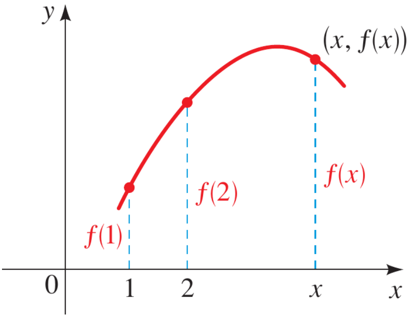
Definición: (Pág. 153 Stewart y col. (2016))

Gráfica de una función:

Si f es una función con dominio A, entonces su gráfica es el conjunto de pares

$$\{(x, f(x)) \mid x \in A\}$$

localizados en un plano de coordenadas.

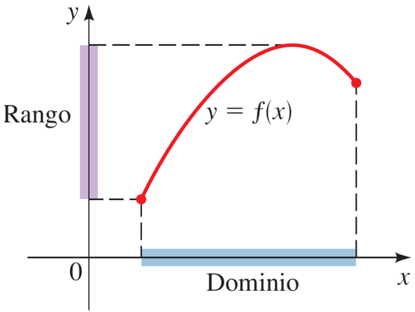


Dominio y rango de una función

Definición: (Pág. 146 Stewart y col. (2016))

Dominio de una función:

Es el conjunto de todos los números reales para los cuales f está definida.



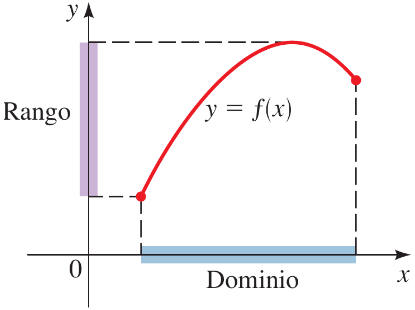
Dominio y rango de una función

Definición: (Pág. 143 Stewart y col. (2016))

Rango de una función:

Es el conjunto de todos los valores posibles de $f(x)$ cuando x varia en todo el dominio.

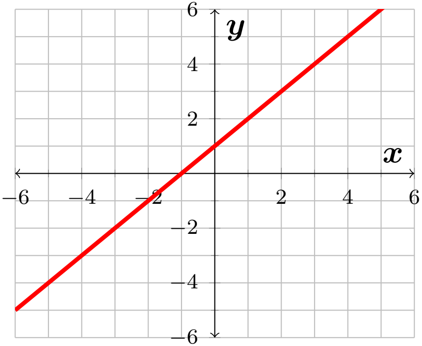
$$\text{Rango de } f = \{f(x) \mid x \in \text{Dom } f\}$$



Función polinómica de primer grado:

$$f(x) = x + 1$$

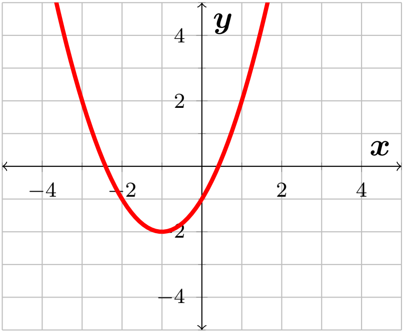
- Dominio: $\mathbb{R}$
- Rango: $\mathbb{R}$



Función cuadrática:

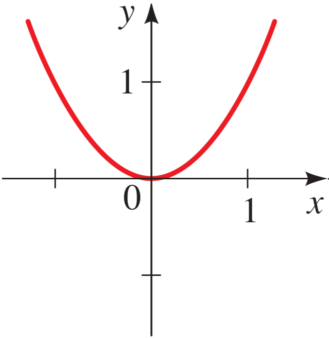
$$f(x) = x^2 + 2x - 1$$

- Dominio: $\mathbb{R}$
- Rango: $[-2, \infty)$

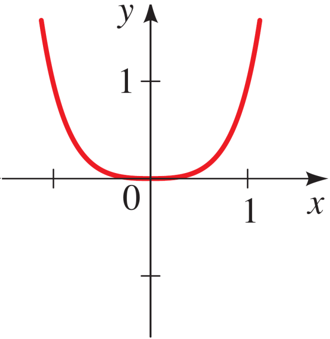


Algunas funciones

- Dominio: $\mathbb{R}$
- Rango: $[0, \infty)$



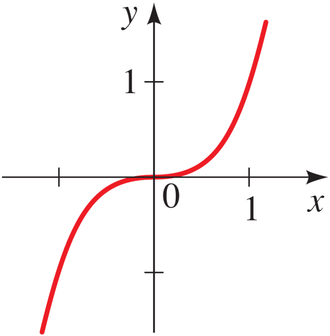
(b) $y = x^2$



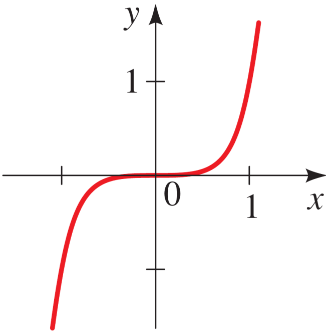
(d) $y = x^4$

Algunas funciones

- Dominio: $\mathbb{R}$
- Rango: $\mathbb{R}$



(c) $y = x^3$

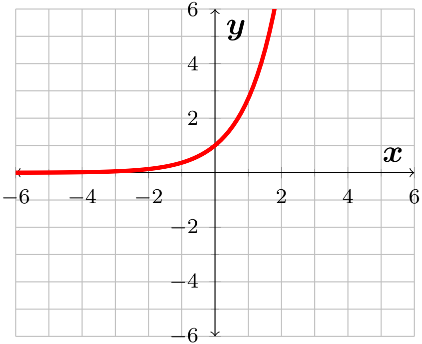


(e) $y = x^5$

Función exponencial:

$$f(x) = e^x$$

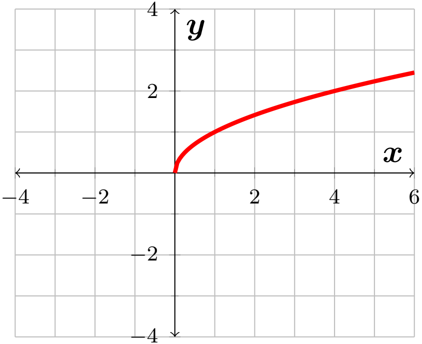
- Dominio: $\mathbb{R}$.
- Rango: $(0, \infty)$



Función raíz cuadrada:

$$f(x) = \sqrt{x}$$

- Dominio: $[0, \infty)$
- Rango: $[0, \infty)$



Intercepto con los ejes coordenados

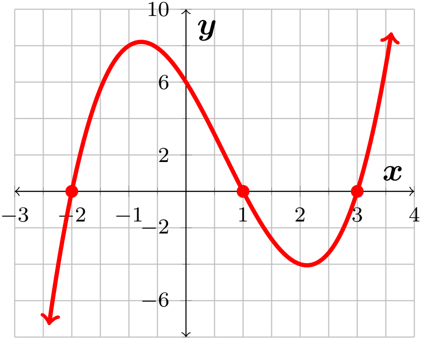
Definición: (Pág. 236 Stewart y col. (2016))

Ceros de una función:

El número real c es un cero de la función f si:

$$f(c) = 0,$$

La gráfica de $f(x)$ intercepta al eje de las abscisas en el punto $(c, 0)$.



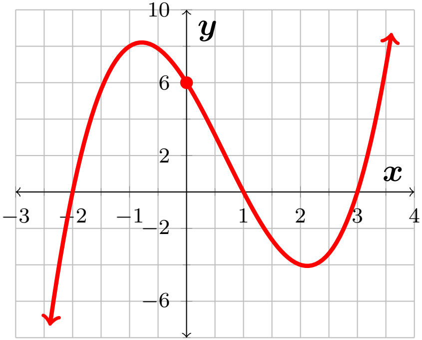
Facultad de UNER Ingeniería

Intercepto con los ejes coordenados

Definición: (Pág. 236 Stewart y col. (2016))

Intercepto con el eje de las ordenadas:

Es el par ordenado $(0, f(0))$



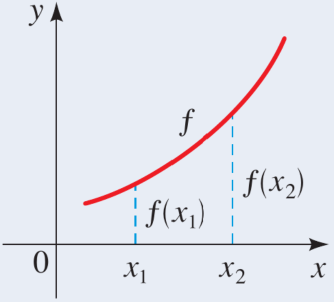
Intervalos de crecimiento y decrecimiento

Definición: (Pág. 164 Stewart y col. (2016))

Función creciente:

f es creciente en el intervalo I, si para todo $x_1, x_2 \in I$ donde $x_1 < x_2$ se cumple que:

$$f(x_1) < f(x_2)$$



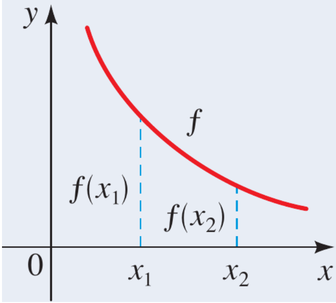
Intervalos de crecimiento y decrecimiento

Definición: (Pág. 164 Stewart y col. (2016))

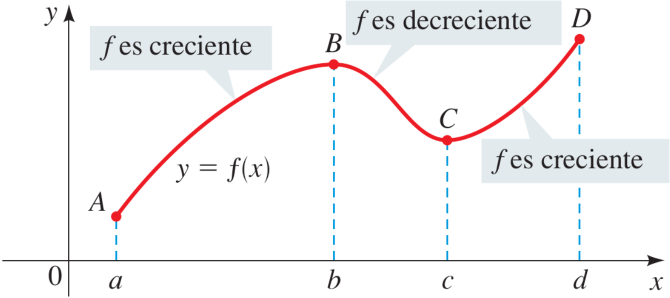
Función decreciente:

f es decreciente en el intervalo I, si para todo $x_1, x_2 \in I$ donde $x_1 < x_2$ se cumple que:

$$f(x_1) > f(x_2)$$



Intervalos de crecimiento y decrecimiento

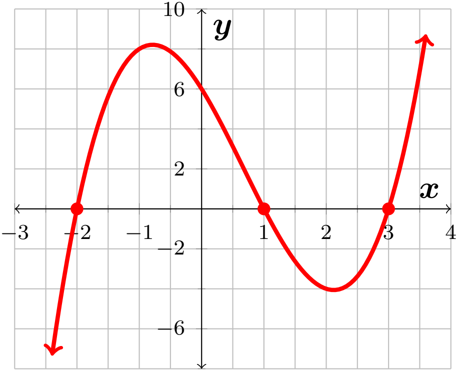


Intervalos de positividad y negatividad

Definición:

Función positiva:

f es positiva en el intervalo I si $f(x) > 0$, $\forall x \in I$

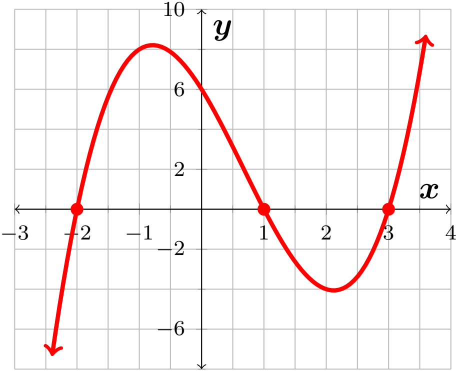


Intervalos de positividad y negatividad

Definición: (Pág. 164 Stewart y col. (2016))

Función decreciente:

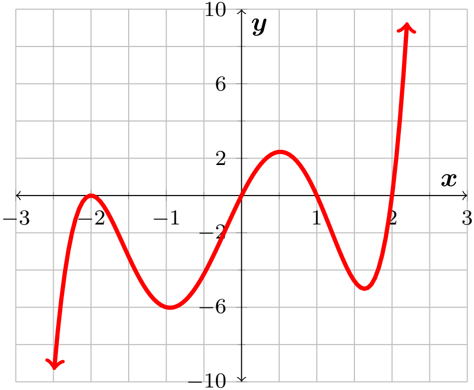
f es negativa en el intervalo I si $f(x) < 0$, $\forall x \in I$



Ejemplo:

Considere la siguiente función y su gráfica:

$$P\,(x) = x(x+2)^2(x-1)(x-2)$$



a. Indique su dominio.
b. Indique su imagen.
c. Encuentre los interceptos con el eje de las abscisas.
d. Encuentre el intercepto con el eje de las ordenadas.
e. Encuentre los intervalos donde la función es positiva y donde es negativa.
f. Encuentre los intervalos donde la función crece y donde decrece.

Transformaciones de funciones

Definición: (Pág. 180 Stewart y col. (2016))

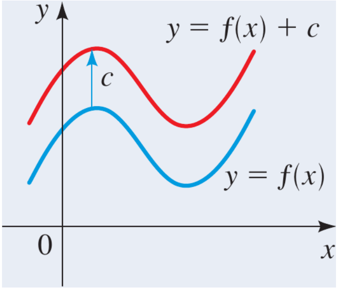
Desplazamiento vertical:

Suponga que $c > 0$.

Para graficar

$$y = f(x) + c$$

se debe desplazar la gráfica de f c unidades hacia arriba



Definición: (Pág. 180 Stewart y col. (2016))

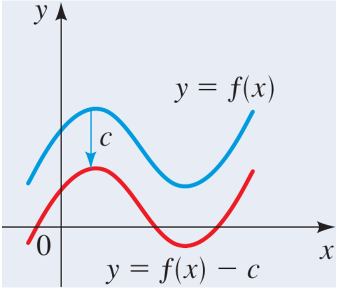
Desplazamiento vertical:

Suponga que $c > 0$.

Para graficar

$$y = f(x) - c$$

se debe desplazar la gráfica de f c unidades hacia abajo



Definición: (Pág. 181 Stewart y col. (2016))

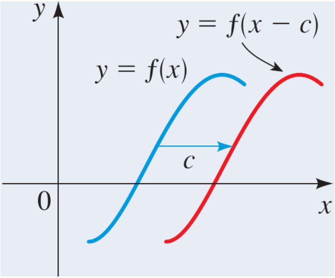
Desplazamiento horizontal:

Suponga que $c > 0$.

Para graficar

$$y = f(x - c)$$

se debe desplazar la gráfica de f c unidades hacia la derecha



Definición: (Pág. 181 Stewart y col. (2016))

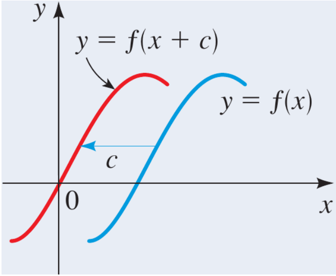
Desplazamiento horizontal:

Suponga que $c > 0$.

Para graficar

$$y = f(x + c)$$

se debe desplazar la gráfica de f c unidades hacia la izquierda



Ejercicio:

Grafique las siguientes funciones:

a. $y = x^2 - 2$

b. $y = (x - 2)^2$

Transformaciones de funciones

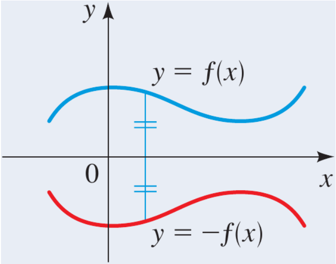
Definición: (Pág. 182 Stewart y col. (2016))

Reflexión vertical:

Para graficar

$$y = -f(x)$$

se debe reflejar la gráfica de f en el eje de las abscisas.



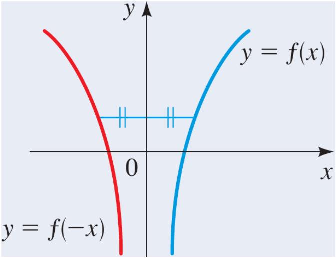
Definición: (Pág. 182 Stewart y col. (2016))

Reflexión horizontal:

Para graficar

$$y = f(-x)$$

se debe reflejar la gráfica de f en el eje de las ordenadas.



Ejercicio:

Grafique las siguientes funciones:

a. $y = -e^x$

b. $y = e^{-x}$

Definición: (Pág. 183 Stewart y col. (2016))

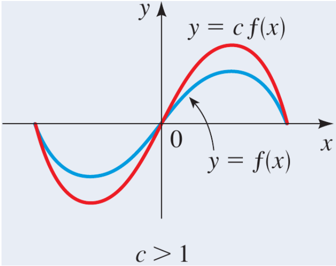
Alargamiento vertical:

Si $c > 1$

Para graficar

$$y = cf(x)$$

se debe alargar verticalmente la gráfica de f en un factor c.



Definición: (Pág. 183 Stewart y col. (2016))

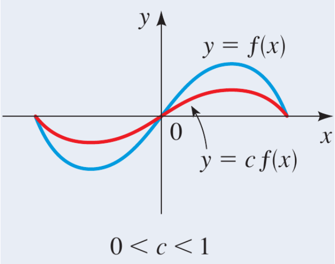
Contracción vertical:

Si $0 < c < 1$

Para graficar

$$y = cf(x)$$

se debe contraer verticalmente la gráfica de f en un factor c.



Definición: (Pág. 184 Stewart y col. (2016))

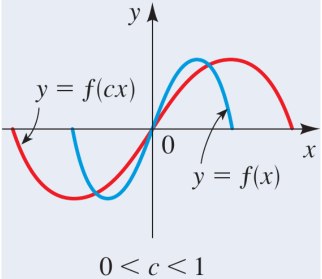
Alargamiento horizontal:

Si $0 < c < 1$

Para graficar

$$y = f(cx)$$

se debe alargar horizontalmente la gráfica de f en un factor $1/c$.



Definición: (Pág. 184 Stewart y col. (2016))

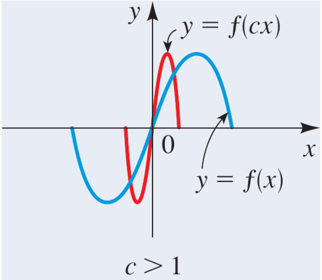
Contracción horizontal:

Si $c > 1$

Para graficar

$$y = f(cx)$$

se debe contraer horizontalmente la gráfica de f en un factor $1/c$.



Ejercicio:

Grafique las siguientes funciones:

a. $y = 2\sqrt{x+1}$

b. $y = (cx-1)^3$

Preguntas:

Determinar si cada afirmación es verdadera (V) ó falsa (F). Justifique su respuesta.

a. Toda función f creciente en todo su dominio corta al eje y en un punto.

b. La función $f(x) = (x-1)^2 + 1$ es una función par.

c. Si $f\left(x\right) = \dfrac{\left(x-1\right)\left(x+1\right)}{x+1}$ y $g\left(x\right) = x - 1$, entonces $f\left(x\right) = g\left(x\right)$.

Referencias

Stewart, J., Redlin, L., Watson, S., 2016. Precálculo. Matemática para el cálculo. Sexta edición. Cengage Learning.