

Guía Complementaria II

Aplicaciones de la derivada e Integrales

Calculo en una Variable - Cursado 2do Cuatrimestre

Ejercicios:

1. La función g tiene $\text{Dom } g = \mathbb{R} - \{3\}$ y su derivada es $g'(x) = \frac{x^2 - 4}{(x - 3)^2}$. Indique si las siguientes afirmaciones son verdaderas (V) o falsas (F). Justifique su respuesta.
 - a. g es creciente en el intervalo $(-2, 2)$.
 - b. g tiene un valor máximo en $x = -2$.
 - c. $g(2)$ es un valor mínimo de g .
 - d. $x = 3$ es un valor crítico de g .
2. Calcule los siguientes límites.
 - a. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^2 - 1)e^{2x}$.
 - b. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{4x} - 1 - 4x}{x^2}$.
3. Considere una pieza de cartón de 24 pulgadas de lado, con ella se desea construir una caja de base cuadrada y sin tapa. Encuentre las dimensiones de la caja que maximicen el volumen (ver figura 1).

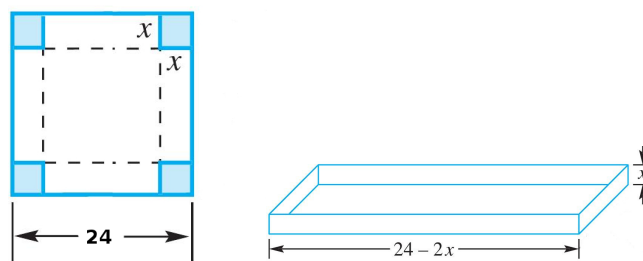
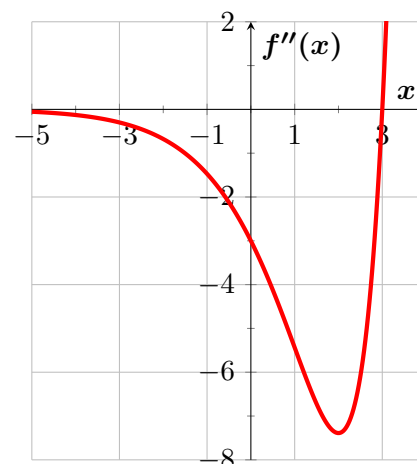


Figura 1

4. Considere la función $f(x) = \frac{x-1}{e^x}$ y su segunda derivada mostrada en la figura:
 - a. Determinar el dominio.
 - b. Encontrar las intersecciones con los ejes coordenados.
 - c. Determinar analíticamente si posee asíntotas verticales y/o horizontales.
 - d. Encontrar los intervalos de crecimiento y decrecimiento y puntos extremos (calcule $f'(x)$).
 - e. Teniendo en cuenta la gráfica de f'' mostrada en la figura, encontrar los intervalos de concavidad y los puntos de inflexión (si existen).
 - f. Trazar la gráfica de la función y determinar su conjunto imagen.



5. Calcular las siguientes integrales:

a. $\int \frac{(1-x)^2}{x} dx$

b. $\int \frac{x-5}{x^3-x} dx$

c. $\int \frac{e^x}{1-e^{2x}} dx$

6. Considere la función $F(x) = \int_0^x \frac{t^2}{1+t^3} dt$ definida para $x \geq 0$.

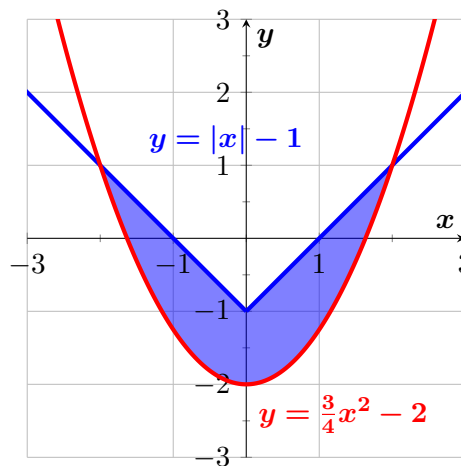
a. Calcule $F(1)$.

b. Determine, si existe, un $x = b$ tal que $F(b) = 1/3$.

c. ¿Dónde la función $F(x)$ es decreciente?

7. Encuentre el área de la región delimitada por $f(x) = \sqrt{x}$, $g(x) = x^2$ y $x = 2$.

8. Encuentre el área de la región sombreada presentada en la figura:



9. Determinar si cada una de las proposiciones es verdadera (V) ó falsa (F). Si es verdadera explicar por qué. Si es falsa, explicar por qué ó dé un ejemplo que refute la proposición.

a. Si $\int_0^5 f(x) dx = -6$, entonces $f(x) \leq 0$ para todo x en el intervalo $[0, 5]$.

b. La función $g(x) = \int_0^x \frac{e^t}{t} dt$ es cóncava hacia arriba para todos los $x > 0$.

c. Si $f'(c) = 0$, entonces f tiene un máximo o un mínimo locales en c .

d. Si f y g son funciones crecientes sobre un intervalo I , entonces $f - g$ es creciente sobre I .